

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЧЕМЕРИС АНДРІЙ ОЛЕГОВИЧ

УДК 004.942:[539.421+66.023](043.3)

ДИСЕРТАЦІЯ
НАДІЙНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ МАШИН ТА АПАРАТІВ
ХІМІЧНИХ ВИРОБНИЦТВ З УРАХУВАННЯМ ЕВОЛЮЦІЇ ЇХ
РУЙНУВАННЯ

05.05.13 – машини та апарати хімічних виробництв

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ А. О. Чемерис

Науковий керівник: Гондлях Олександр Володимирович, доктор технічних наук, професор

Київ – 2018

АНОТАЦІЯ

Чемерис А. О. Надійність і довговічність машин та апаратів хімічних виробництв з урахуванням еволюції їх руйнування. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.05.13 – машини та апарати хімічних виробництв. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" МОН України, Київ, 2018.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню надійності та довговічності обладнання хімічних виробництв в умовах статичного та циклічного навантаження з урахуванням процесів виникнення та розповсюдження тріщин та зон розшарування.

Проведено аналітичний огляд сучасного стану проблеми дослідження надійності та довговічності об'єктів хімічної промисловості шляхом числового моделювання. Розглянуто основні критерії міцності, що використовуються при оцінці надійності хімічного обладнання. Проведено дослідження існуючих методів та алгоритмів просування тріщин та розповсюдження зон розшарування при циклічному навантаженні.

За результатами досліджень встановлено, що існуючі методи розрахункового моделювання процесів нелінійного деформування і руйнування орієнтовані, в основному, на дослідження окремих видів експериментальних зразків, пластин і циліндричних оболонок, що знаходяться під дією розтягуючого навантаження, прикладеного перпендикулярно площини тріщини. Їх реалізація стосовно визначення міцності і несучої здатності реальних просторових об'єктів промислового призначення в умовах складного напруженого стану розвинена недостатньо повно.

Для дослідження напружено-деформованого стану обладнання хімічних виробництв складної геометричної форми з урахуванням руйнування найбільш доцільно використовувати метод скінченних елементів. Оскільки об'єкти хімічної промисловості в більшості випадків являють собою сукупність

тонкостінних та просторових масивних елементів, визначено, що для проведення числового моделювання необхідне комплексне використання рівнянь тривимірної механіки деформованого твердого тіла та ітераційно-аналітичної теорії оболонок.

В роботі розглянуто існуючі методи моделювання розповсюдження в конструкціях тріщин та зон розшарування, виявлено їх переваги та недоліки. Для моделювання просування магістральних тріщин та розповсюдження зон розшарування в роботі використовується метод дискретно-віртуального просування. Метод заснований на представленні дійсного фронту розшарування у вигляді його дискретного скінчено-елементного аналога. В запропонованому методі вводиться поняття віртуального фронту руйнування, який на початковому етапі вирішення задачі збігається з дійсним фронтом початкової зони розшарування. Основною відмітною особливістю методу дискретно-віртуального просування є те, що вектор приростів площі розшарування прикладається в напрямі нормалі до відповідної точки віртуального фронту, формуючи, таким чином, новоутворений віртуальний фронт розшарування. Крім того, дискретний фронт розшарування визначається виходячи із співвідношення площ частин скінченого елемента, що потрапили всередину дійсної зони розшарування і знаходяться поза нею. Це дозволяє набагато точніше описувати дійсну зону розшарування, оскільки загальна площа дискретної зони розшарування відрізнятиметься від площі дійсної зони розшарування не більше ніж на половину площі скінченого елемента.

В роботі виконано модифікацію методу дискретно-віртуального просування. Для цього вводиться поняття частково зруйнованого скінченного елемента. В випадку коли в зону віртуального фронту розшарування потрапляє лише частина скінченного елемента, шару елемента в якому просувається тріщина, призначаються фізико-механічні властивості з жорсткістю, що визначається в залежності від співвідношення площі зруйнованої частини до початкової площі шару елемента. За рахунок зміни жорсткості дискретний

фронт розшарування більш точно наближається до реального фронту, що дозволяє отримати більш точне рішення.

Для реалізації модифікованого методу дискретно-віртуального просування в роботі розроблено новий спеціальний багатошаровий уточнений скінченний елемент з полілінійною функцією поповнення переміщень в плані і нелінійним законом апроксимації переміщень по товщині відповідно з співвідношеннями ітераційно-аналітичної теорії оболонок. До основних переваг цього елемента можна віднести:

- легкий перехід до стандартного 8-вузлового скінченного елемента;
- можливість дослідження факторів неоднорідності деформацій поперечного зсуву завдяки введенню додаткових функцій;
- можливість природним чином фізично обґрунтовано змінювати кінематичні і статичні умови контакту між шарами з урахування тертя;
- стійки показники збіжності при зміні фізико-механічних характеристик шарів на 8 порядків та більше;
- порядок системи рівнянь не залежить від кількості шарів в пакеті.

Побудова матриці жорсткості уточненого восьмивузлового скінченного елемента виконується відповідно до загальної процедури моментної схеми скінченних елементів.

В роботі наведені основні рівняння для шестигранних криволінійних скінчених елементів з полілінійною апроксимацією переміщень, рівняння для побудови матриці жорсткості розробленого скінченного елемента. Апробація елемента проводилась шляхом вирішення контрольно-тестових задач. Порівняння результатів проводилось з результатами аналогічних розрахунків, що виконувались за допомогою стандартних елементів з бібліотеки Abaqus. Аналіз числових досліджень показав, що при використанні розробленого скінченного елемента спостерігається вірна схема деформування навіть при градієнті жорсткості між шарами елемента в 8 порядків. В той же час при використанні стандартних елементів з бібліотеки Abaqus невірна схема деформування виникає вже при градієнті в 4 порядки.

Для вирішення нелінійної задачі визначення залишкової міцності конструкції в даній роботі реалізовано кроково-ітераційний алгоритм послідовних навантажень, що базується на модифікованому методі Ньютона-Канторовича. Суттєвою відмінністю цього алгоритму є те, що в блоці формування матриці жорсткості реалізовано методи змінних жорсткостей і змінних апроксимацій. Для моделювання циклічного навантаження розроблено алгоритм, в якому приріст довжини тріщин обчислюється за формулою Періса.

Дослідження ефективності розроблених алгоритмів та модифікованого методу дискретно-віртуального просування виконувалась шляхом чисельного моделювання натурних експериментів. Для перевірки алгоритму вирішення задачі по автоматичному втомному просуванню зони розшарування досліджувалась задача визначення кількості циклів навантаження DCB зразка до моменту його руйнування. Аналіз результатів чисельного експерименту дозволив встановити практично повне (до 2,4%) узгодження з результатами натурального експерименту як по параметру рівня пружної енергії, що вивільнялася, так і за швидкістю зростання зони розшарування в залежності від кількості циклів навантаження. Окрім цього, чисельний експеримент дозволив якісно відтворити усі етапи розповсюдження тріщини.

Апробація розробленого алгоритму моделювання процесів поширення магістральних тріщин проводилася шляхом зіставлення результатів чисельних розрахунків з експериментальними даними. Програма експерименту передбачала дослідження втомного зростання тріщин в підкріплених панелях під дією навантаження постійної амплітуди. Аналіз результатів чисельних експериментів показав їх добре якісне і кількісне узгодження з результатами натурального експерименту як по параметру швидкості росту магістральної тріщини в плиті, так і по загальному характеру зростання зон розшарування в метало-композитному пакеті.

Запропоновані в роботі методики, алгоритми і скінченний елемент реалізовані в рамках системи автоматизованих розрахунків на міцність АПРОКС, яка впроваджена і активно використовується в багатьох

підприємствах країн СНГ, а також в учбовому процесі кафедри хімічного полімерного та силікатного машинобудування КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Були створені системи інформаційної підтримки та дослідження надійності пластинчатої муфти, обертової печі для виробництва клінкеру та парогенератора контуру охолодження АЕС.

При дослідженні надійності пластинчатої муфти враховувалась контактна взаємодія в пакеті пружних дисків в процесі їх деформування з урахуванням сил тертя. Проведено числове моделювання роботи муфти при зміні коефіцієнту тертя між пружними дисками внаслідок поступового їх зношування або зміни умов експлуатації.

При створенні системи дослідження надійності обертової печі також враховувались умови контакту між корпусом та футерівкою. Аналіз результатів числового моделювання показав, що найбільші зони розшарування виникають в зоні бандажних кілець та посередині прольотів. Максимальні напруження в конструкції з урахуванням відшарування футерівки від корпусу зростають на 14% в порівнянні зі стандартними методиками розрахунків. За результатами числового моделювання також була запропонована модернізація вузла з'єднання вінцевої шестерні з корпусом печі. Нове рішення полягало в тому, щоб виконати плоскі пружини у вигляді пакета пластин, що дозволяє більш м'яко реагувати на зупинку і запуск печі та надає можливість компенсації надлишкових зусиль в більш широкому діапазоні значень. Система дозволила встановити оптимальну товщину пластин та їх кількість в пакеті.

При числовому дослідженні життєвого циклу парогенератора в нормальному режимі експлуатації була виявлена зона ймовірного виникнення дефекту. Ці дані підтверджувались актом обстеження дефектного вузла парогенератора №1 Південноукраїнської АЕС, в якому було виявлено ушкодження в цій же зоні. Тому була промодельована ситуація зародження і розвитку тріщина аж до виходу її зовнішню поверхню. Розрахунковий термін служби парогенератора склав 69915 годин, в той же час термін служби зруйнованого парогенератора склав 69841 годин.

Науково-технічні результати дисертаційної роботи використовувались при проектуванні пластинчатої муфти на ВАТ «Сумський завод «Насосенергомаш», при розробці модернізованої конструкції вузла з'єднання вінцевої шестерні з корпусом обертової печі, про що отримано авторські свідоцтва на винахід, а також при створенні регламенту технічного обслуговування елементів обладнання енергоблоку Запорізької АЕС.

Ключові слова: просторова конструкція, руйнування, тріщина, зона розшарування, циклічна тріщиностійкість.

Список опублікованих праць за темою дисертації

1. САПР. Система інформаційної підтримки життєвого циклу захисних оболонок та обладнання АЕС. / [О. В. Гондлях, В. І. Сівецький, А. О. Чемерис та ін.] // К.: НТУУ «КП», 2014. – 190 с.

2. САПР. Чисельне моделювання нелінійного деформування та руйнування багатошарових елементів хімічного обладнання. Частина 1. Пружні муфти. / [О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін.] - К.: ВП «Едельвейс», 2011. – 172 с.

3. САПР. Програмний комплекс АПРОКС в розрахунках машин та апаратів хімічних виробництв. / [О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін.] – К.: ТОВ «Поліграф Консалтинг», 2006. – 136 с.

4. Гондлях А. В. Расчет полужесткой дисковой муфты методом конечных элементов с учетом контактного взаимодействия дисков и трения между ними / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис, В. С. Васильев // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. Наукових праць. – 2005. - № 30. – С. 60-66. (Входить до наукометричних баз BASE, Google Scholar).

5. Копиленко О. В. Застосування програмного комплексу АПРОКС у розв'язанні задач на міцність і довговічність обладнання хімічної та харчової промисловості / О. В. Копиленко, О. В. Гондлях, А. О. Чемерис та ін. // Наукові праці Національного університету харчових технологій. – 2006. - № 18. - С. 72-74. (Входить до наукометричних баз Scopus, BASE, РИНЦ, Google Scholar).

6. Гондлях О. В. Чисельний аналіз міцності каністр за умов статичного та динамічного навантаження / О. В. Гондлях, А. О. Чемерис, В. Ю. Онопрієнко // Східноєвропейський журнал передових технологій. - 2015: № 3/7 (75). - С. 23-29. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.44383 (Входить до наукометричної бази Scopus).

7. Гондлях О. В. Дослідження напружено-деформованого стану головного циркуляційного насосу в різних режимах експлуатації / О. В. Гондлях, М. І. Осипенко, А. О. Чемерис // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2006. - № 2/3 (20). - С. 35-39.

8. Гондлях А. В. Учет нарушения контакта между футеровкой и корпусом вращающихся печей промышленности стройматериалов / А. В. Гондлях, В. Ю. Щербина, А. О. Чемерис та ін. // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка: Науково-технічний збірник. – 2006. - № 22. - С. 25-29.

9. Гондлях О. В. Вплив процесів розшарування на коефіцієнт інтенсивності напружень в усті тріщини в багатошарових конструкціях хімічного машинобудування. / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис та ін. // Наукові вісті Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – 2005. - № 6. - С. 40-45.

10. Щербина В. Ю. Выбор оптимальной формы тары (нанесение сеточной области на конструктивные элементы тары) / В. Ю. Щербина, В. И. Сивецкий, А. О. Чемерис та ін. // Упаковка. – 2005. - № 5. - С. 32-34.

11. Осипенко М. І. Проектування каністр для нафтопродуктів / М. І. Осипенко, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис та ін. // Упаковка. – 2005. - № 6. - С. 34-37.

12. Копиленко О.В. Аналіз особливостей роботи центрифуг для харчової і хімічної промисловості. / О. В. Копиленко, О. В. Гондлях, А. О. Чемерис та ін. // Наукові праці Національного університету харчових технологій. – 2005. - № 16. - С. 166-168.

13. Патент на корисну модель № 22003 Україна, МПК (2006) F27B7/00. Обертова піч / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2006 11767; заявл. 08.11.2006; опубл. 10.04.2007, Бюл. № 4. – 4 с.

14. Патент на корисну модель № 27585 Україна, МПК (2006) F27B7/00. Обертова піч / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2007 06293; заявл. 07.06.2007; опубл. 12.11.2007, Бюл. № 18. – 4 с.

15. Патент на корисну модель № 31197 Україна, МПК (2006) F27B7/20. Вузол з'єднання вінцевої шестірні з корпусом барабана печі / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2007 14418; заявл. 20.12.2007; опубл. 25.03.2008, Бюл. № 6. – 4 с.

16. Патент на корисну модель № 38123 Україна, МПК (2006) F27B7/20. Вузол з'єднання вінцевої шестірні з корпусом барабана печі / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2008 08733; заявл. 02.07.2008; опубл. 25.12.2008, Бюл. № 24. – 4 с.

17. Гондлях О. В. Чисельне моделювання процесів руйнування захисної оболонки контура АЕС в результаті падіння на неї літака. / О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін. // Вісті академії інженерних наук України. – 2005. - № 1. - С. 17-23.

18. Gondliakh A. Mathematical modeling of crack propagation in body of steam generator. / A. Gondliakh, A. Chemeris, V. Onoprienko // Proceedings: International scientific conference Unitech'15, Gabrovo. - 2015. – Vol. II. - P. 204-213.

19. Гондлях О. В. Розробка програмного комплексу формоутворення і міцнісних характеристик об'ємної тари / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис // Науково-практична конференція «Новітні технології пакування» (з проблем технологій та обладнання), 1 березня 2006 р. – Київ: ІАЦ «Упаковка», 2006. - С. 19-24.

20. Гондлях А. В. Применение контактно-фрикционного конечного элемента для расчета полужестких дисковых муфт / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред.

Методы граничных и конечных элементов»: XXI Международная конференция, 4-7 октября 2005 г.: труды. - СПб.: ВВМ, 2006. - С. 184-190.

21. Гондлях О. В. Дослідження компонент напружено-деформованого стану промислового парогенератора в аварійному режимі експлуатації / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис // «Эффективность реализации научного, ресурсного и промышленного потенциала в современных условиях»: Шестая ежегодная промышленной конференции с международным участием и блиц-выставка, 20-24 февраля 2006 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2006. - С. 71-73.

22. Копиленко О. В. Визначення оптимальних розмірів центрифуг для харчової та хімічної промисловості / О. В. Копиленко, Л. В. Зоткіна, А. О. Чемерис та ін. // «Нові технології та технічні рішення в харчовій та переробній промисловості: сьогодні і перспектива»: IX Міжнародна науково-технічна конференція, 17-19 жовтня 2005 р.: Матеріали конференції. - К.: НУХТ, 2005.- Ч. II. – С. 20.

23. Гондлях О. В. Чисельна діагностика працездатності муфт з пакетами пружних дисків / О. В. Гондлях, А. О. Чемерис, С. Ф. Терещенко // «Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики»: Тринадцатая ежегодная международная конференция, 3-7 октября 2005 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2005. - С. 58-60.

24. Гондлях А. В. Методика уточненного расчета полужестких дисковых муфт методом конечных элементов / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XXI Международная конференция, 4-7 октября 2005 г.: тезисы. - СПб.: ВВМ, 2005. - С. 72-74.

25. Гондлях А. В. Параметрический расчет пластинчатой муфты при заданных условиях эксплуатации на базе многоцелевого вычислительного комплекса "АПРОКС" / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Композиционные материалы в промышленности»: Двадцать пятая юбилейная

международная конференция, 30 мая - 3 июня 2005 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2005. - С. 32-34.

26. Sklyut H. Alcoa Computer Based Design Tools to Conduct Trade Studies / H. Sklyut, M. Kulak, A. Chemeris // «Aeromat 2004»: 15th Advanced Aerospace Materials & Processes Conference and Exposition, 7-10 june 2004: abstracts. – Seattle, 2004. - P. 37.

27. Гондлях А. В. Численное моделирование распространения пространственных трещин в трехмерных телах / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XX Международная конференция, 24-26 сентября 2003 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 2003. - С. 57-59.

28. Sklyut H. Alcoa Computer Based Design Tools to Conduct Trade Studies / H. Sklyut, M. Kulak, A. Chemeris // «Aeromat 2002»: 13th Advanced Aerospace Materials & Processes Conference and Exposition, 10-13 june 2002: abstracts. – Orlando, 2002. - P. 48-49.

29. Гондлях А. В. Влияние остаточных напряжений на эволюцию распространения трещин в пространственных конструкциях / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XIX Международная конференция, 30 мая – 2 июня 2001 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СПбГАСУ, 2001. - С. 52-53.

30. Гуляев В. Н. Влияние остаточных напряжений на эволюцию распространения трещин в пространственных конструкциях / В. Н. Гуляев, А. В. Гондлях, А. О. Чемерис и др. // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XVIII Международная конференция, 16-20 мая 2000 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СпбГУ, 2000. - С. 37-38.

ANNOTATION

Chemeris A. O. Reliability and longevity of machines and apparatuses of chemical productions taking into account the evolution of their destruction. – Manuscript copyright.

A thesis for obtaining a scientific degree of a candidate of engineering sciences on specialty 05.05.13 – machines and vehicles of chemical productions. - National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” MSE of Ukraine, Kyiv, 2018.

The dissertation is devoted to research of reliability and durability of equipment of chemical production in conditions of static and cyclic loading taking into account processes of origin and propagation of cracks and delamination zones.

An analytical review of the current state of the problem of the study of the reliability and durability of chemical industry objects by numerical modeling is carried out. The main strength criteria used in assessing the reliability of chemical equipment are considered. The research of existing methods and algorithms for the propagation of cracks and distribution of delamination zones with cyclic loading has been carried out.

According to the results of the research, it has been established that the existing methods of calculation simulation of nonlinear deformation and destruction processes are oriented mainly on the investigation of certain types of experimental samples, plates and cylindrical membranes that are exposed to the tensile load applied perpendicular to the crack plane. Their realization in relation to the determination of the strength and load bearing capacity of real spatial objects of industrial use in conditions of a complex stressed state is not sufficiently developed.

To study the stress-strain state of equipment of chemical industries of complex geometric form, taking into account the destruction of the most expedient to use the method of finite elements. Since the objects of the chemical industry in most cases represent a collection of thin-walled and spatial massive elements, it is determined

that for numerical simulation complex use of the equations of three-dimensional mechanics of a deformed solid and iterative-analytic shell theory is required.

In the paper, existing methods of crack propagation and delamination zones modeling in structures are considered, their advantages and disadvantages are revealed. For the simulation of the propagation of trunk cracks and the propagation of delamination zones, the discrete-virtual propagation method is used in the work. A method based on the representation of a real bundle front in the form of its discrete finite-element analog. The proposed method introduces the notion of virtual front of destruction, which at the initial stage of the solution of the problem coincides with the actual front of the initial delamination zone. The main distinctive feature of the method of discrete-virtual propagation is that the vector of the increment of the delamination area is applied in the direction of the normal to the corresponding point of the virtual front, thus forming a newly formed virtual front of the delamination. In addition, the discrete front of the delamination is determined on the basis of the ratio of the areas of parts of the finite element that fall within the actual zone of delamination and are outside it. This allows for a much more accurate description of the actual delamination zone, since the total area of the discrete delamination zone will differ from the area of the actual delamination zone by no more than half the area of the finite element.

In this work, a modification of the discrete-virtual propagation method is performed. For this, the concept of a partially destroyed finite element is introduced. In the case where only a part of the final element enters the zone of the virtual front of the delamination, the layer of the element in which the crack propagated is assigned physicomachanical properties with rigidity, which is determined depending on the ratio of the area of the destroyed part to the initial area of the element layer. Due to the change in rigidity, the discrete front of delamination more closely approaches the real front, which allows obtaining a more accurate solution.

In order to implement the modified discrete-virtual propagation method, a new special, multi-layer refined finite element with a polynomial refinement function for displacements in the plan and a nonlinear approximation law for displacements in

thickness, in accordance with the ratios of the iterative-analytic shell theory, was developed.

The main advantages of this element include:

- easy transition to a standard 8-node finite element;
- the possibility of studying the heterogeneity of transversal deformations due to the including of additional functions;
- the possibility of physically reasonably changing the kinematic and static conditions of contact between layers taking friction into account;;
- stable indicators of convergence in the change of physical and mechanical characteristics of layers by 8 orders of magnitude and more;
- the order of the system of equations does not depend on the number of layers in the package.

The construction of the stiffness matrix of the refined eight-node finite element is performed in accordance with the general procedure of the moment scheme of finite elements.

The paper presents the basic equations for hexahedral curvilinear finite elements with multilinear approximation of displacements, equations for constructing the stiffness matrix of the developed finite element. Approbation of the element was carried out by solving test-test problems. Comparison of the results was carried out with the results of similar calculations, which were performed using standard elements from the Abaqus library.

The analysis of numerical studies has shown that when using the developed final element, the correct deformation scheme is observed even with a gradient of stiffness between the layers of the element in 8 orders of magnitude. When using standard elements from the Abaqus library, the incorrect deformation scheme occurs even with a gradient of 4 orders of magnitude.

To solve the non-linear problem of determining the residual strength of the structure, the step-iterative sequential load algorithm based on the modified Newton-Kantorovich method is implemented. The essential difference of this algorithm is that in the block of stiffness matrix formation the methods of variable stiffness and

variable approximations are realized. To simulate the cyclic load, an algorithm is developed in which the crack length growth is calculated by the Paris formula.

A study of the efficiency of the developed algorithms and the modified discrete-virtual propagation method was carried out by numerical modeling of natural experiments. To test the algorithm for solving the problem of automatic fatigue growth of the delamination zone, the problem of determining the number of loading cycles of the DCB sample prior to its destruction was investigated.

Analysis of the results of the numerical experiment made it possible to establish a practically complete agreement with the results of the natural experiment both with respect to the parameter of the released elastic energy level and the growth rate of the delamination zone, depending on the number of load cycles. In addition, a numerical experiment made it possible to reproduce qualitatively all the stages of crack propagation.

Approbation of the developed algorithm for modeling the propagation of main cracks was carried out by comparing the results of numerical calculations with experimental data. The experiment included studies of fatigue crack growth in reinforced panels under the action of a constant amplitude load. The analysis of the results of numerical experiments showed their good qualitative and quantitative agreement with the results of the natural experiment both with respect to the growth rate of the main crack in the plate and the general nature of the growth of the delamination zones in the metal-composite packet.

The methods, algorithms and finite element are implemented within the framework of the automated calculation system for the strength APROKS, which has been implemented and is being actively used at many companies of the CIS countries, as well as in the educational process of the Chemical Polymer and Silicate Engineering Department of the Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.

Information support systems and reliability research were developed for a plate clutch, a rotary kiln for the production of clinker and a steam generator for the cooling circuit of a nuclear power plant.

When investigating the reliability of a plate clutch, contact interaction in a package of elastic disks was taken into account in the course of their deformation, taking friction forces into account. Numerical simulation of the operation of the clutch with a change in the coefficient of friction between the elastic discs due to their gradual deterioration or changes in operating conditions is carried out.

When creating a system for studying the reliability of a rotary kiln, the conditions of contact between the shell and the liner were also taken into account. Analysis of the results of numerical simulation showed that the largest separation zones arise in the band of the bandages and in the middle of the spans. The maximum stresses in the construction, taking into account the detachment of the lining from the hull, increase by 14% in comparison with the standard calculation methods.

Based on the results of numerical simulation, it was also proposed to upgrade the junction of the crown gear with the furnace body. The new solution consisted in making flat springs in the form of a pack of plates, which allows for a more gentle reaction to the stop and start of the furnace and provides the possibility of compensating for excessive forces over a wider range of values. The system allowed to establish the optimal thickness of the plates and their number in the package.

In the course of a numerical study of the life cycle of the steam generator in the normal operation mode, a zone of possible defect occurrence was detected. These data were confirmed by the inspection report of the defective node of the steam generator No. 1 of the South-Ukrainian NPP, in which damage was detected in the same zone. Therefore, the situation of nucleation and propagation of the crack was simulated until its exit to the outer surface. The estimated service life of the steam generator was 69915 hours, at the same time the service life of the destroyed steam generator was 69841 hours.

The scientific and technical results of the thesis work were used in the design of the plate clutch at JSC Sumy plant "Nasosenergomash", in the development of the modernized design of the joint of the crown gear with the housing of the rotary kiln (received copyright certificates for an invention), as well as when creating the

maintenance regulations for the equipment of the power unit of the Zaporizhzhya NPP.

Keywords: spatial construction, fracture, crack, delamination zone, cyclic crack-resistance.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ	21
ВСТУП.....	25
РОЗДІЛ 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД СТАНУ ПРОБЛЕМИ І ОБГРУНТУВАННЯ НАПРЯМУ РОБОТИ	36
1.1. Огляд основних підходів до оцінки довговічності апаратів хімічного виробництва, що працюють під тиском, за умови наявності в них початкових дефектів.....	36
1.2. Закономірність розповсюдження втомних макротріщин при циклічному навантаженні	41
1.3. Огляд математичних моделей механіки руйнування просторових конструкцій.....	44
1.4. Висновки і постановка задачі досліджень	50
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРИЩИН В ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЯХ.....	53
2.1. Передумови створення методу дискретно-віртуального просування тріщин	53
2.2. Основні співвідношення методу дискретно-віртуального просування фронтів розшарування.....	58
2.3. Основні співвідношення механіки деформованого твердого тіла	66
2.4. Основні співвідношення ітераційно-аналітичної теорії оболонок.....	70
2.5. Модифікація методу дискретно-віртуального просування	81
Таким чином, просування віртуального фронту в контактному шарі СЕ здійснюється за рахунок врахування зміни жорсткості цього шару, що обумовлена частковим або повним його розшаруванням.	82
РОЗДІЛ 3 ПОБУДОВА НЕЛІНІЙНИХ РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ РІВНЯНЬ НА ОСНОВІ МОМЕНТНОЇ СХЕМИ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	83
3.1 Основні рівняння для шестигранних криволінійних скінчених елементів з полілінійною апроксимацією переміщень	89

3.2. Матриця жорсткості ізопараметричного уточненого СЕ для дослідження процесів фізично і геометрично нелінійного деформування багатошарових просторових конструкцій	93
3.3. Спеціальний багатошаровий уточнений СЕ з полілінійною функцією поповнення переміщень в плані і нелінійним законом апроксимації переміщень по товщині	102
3.4. Апробація розробленого спеціального багатошарового уточненого СЕ	105
РОЗДІЛ 4 АЛГОРИТМ НЕЛІНІЙНОГО РОЗРАХУНКУ ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗБІЖНОСТІ ЧИСЕЛЬНИХ РІШЕНЬ ГЕОМЕТРИЧНО І ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ МІЦНОСТІ ..	
4.1. Основні механізми руйнування багатошарових пакетів	107
4.2 Алгоритм вирішення фізично і геометрично нелінійної задачі теорії просторових конструкцій	118
4.3 Алгоритм чисельного моделювання процесу втомного зростання тріщин	124
4.4. Дослідження ефективності алгоритму чисельного моделювання втомного зростання тріщин в фізично і геометрично нелінійній постановках	126
РОЗДІЛ 5 ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ АПРОКС ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ І РУЙНУВАННЯ АПАРАТІВ ХІМІЧНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ В СКЛАДНИХ УМОВАХ СТАТИЧНОГО І ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕНЬ	
5.1. Оцінка ресурсу роботи пластинчатої муфти.....	140
5.2. Оцінка ресурсу роботи обертової печі для виробництва клінкеру	143
5.3. Застосування програмного комплексу АПРОКС для модернізації існуючого обладнання	145
5.4. Оцінка ресурсу роботи парогенераторів хімічної промисловості за умови наявності початкових дефектів	146
ВИСНОВКИ.....	161
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	163

Додаток А Алгоритм чисельного моделювання процесу руйнування під дією циклічного навантаження.....	192
Додаток Б Алгоритм вирішення задачі з визначення залишкової міцності конструкції.....	194
Додаток В Об'єктно-орієнтований комплекс "АПРОКС" моніторингу життєвого циклу обладнання хімічної промисловості	196
В.1. Загальний опис системи	198
В.2. Оболонка системи АПРОКС.....	200
Додаток Г Акт впровадження результатів досліджень на ВАТ «Сумський завод «насосенергомаш».....	205
Додаток Д Апробація використаного СЕ при вирішенні контрольно-тестових задач механіки деформованого твердого тіла і механіки руйнування	206
Список опублікованих праць за темою дисертації	218

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ

a_{eff}	– ефективна довжина тріщини, м;
Δa	– корекція на величину зони пластичності, м; приріст довжини тріщини, м;
A^i	– площа i -го скінченного елемента, м ² ;
$C_j^{i'}$	– тензор перетворення координат;
C^{ijkl}	– компоненти тензора пружних постійних;
dN	– приріст кількості циклів навантаження, цикл;
e_{ij}	– коваріантні компоненти тензора деформацій;
e_{kl}^T	– температурні деформації;
e_{ij}^{Hm}	– тензор скінчених деформацій;
e_{rp}^m l	– тензор деформацій m -го шару на l -му кроці навантаження;
E	– модуль Юнга, Па;
$\{f_m^{i'}\}$	– вектор навантажень, Н;
$[F]^\vartheta$	– матриця жорсткості СЕ;
F_s^i	– функції приведення;
g_{ij}	– коваріантні компоненти метричного тензора;
G	– інтенсивність виділення енергії, Па·м;
G_i^p	– питома енергія тріщиноутворення p -го вузла, Па·м;
G_{cr}	– критичне (порогове) значення величини енергії тріщиноутворення, Па·м;
ΔG	– величина приросту енергії тріщиноутворення, Па·м;
G_{ij}	– компоненти метричного тензора деформованого тіла;
$\tilde{G}_{fsrt}^{t'p'}$	– коефіцієнти матриці жорсткості багатошарового

ізопараметричного скінченного елемента;

J	– J-інтеграл, Па·м;
ΔJ	– приріст J-інтеграла, Па·м;
K_i	– коефіцієнт інтенсивності напружень, Па· \sqrt{m} ;
K_i^{\max}	– максимальне значення КІН на і-му кроці навантаження, Па· \sqrt{m} ;
K_i^{\min}	– мінімальне значення КІН на і-му кроці навантаження, Па· \sqrt{m} ;
n	– коефіцієнт запасу;
N	– кількість циклів навантаження;
P_n	– поле вузлових узагальнених навантажень, що прикладаються до конструкції, Н;
ΔP	– приріст навантаження, Н;
R	– коефіцієнт асиметрії циклу;
r_n	– поле вузлових нев'язок, Н;
R_n	– поле вузлових реакцій, Н;
R_i^p	– величина реакції в р-му вузлі по і-у напрямку, Н;
R_m^T	– мінімальне значення тимчасового опору при розрахунковій температурі, Па;
$R_{p0.2}^T$	– мінімальне значення межі текучості при розрахунковій температурі, Па;
\vec{r}	– радіус-вектор;
\vec{R}	– радіус-вектор точки К після деформації;
S^p	– площа тріщиноутворення в області р-го вузла, м ² ;
S_n	– функція міцності;
ΔT	– приріст температури, °С;
\vec{u}	– вектор переміщень, м; вектор зміщень точки в просторі, м;
U_n	– поле накопичених узагальнених вузлових переміщень, м;
ΔU_n	– поле приростів вузлових узагальнених переміщень, м;

ΔU_i^p	– величина розкриття в р-му вузлі по і -у напрямку, м;
V	– об'єм, який займає тіло, м ³ ;
$x^{i'}(t)$	– декартові координати i' -го вузла СЕ;
$z^{i'}$	– координати точки в базисній системі;
a_{kl}	– коефіцієнт температурного розширення, 1/°С;
$\Gamma_{k's'}^{p'}$	– символи Кристоффеля в глобальній системі координат;
δ	– величина розкриття берегів тріщини у її вершини, м;
δA	– варіація роботи зовнішніх сил, Н·м;
$\delta \Pi$	– варіація функціонала потенційної енергії Н·м;
δW	– варіація роботи деформацій Н·м;
ξ_{mn}	– компоненти градієнта переміщень, м/м;
ν	– коефіцієнт Пуассона;
σ	– еквівалентне напруження, Па;
σ_{\max}	– максимальне значення напруження, Па;
σ^{ij}	– тензор напружень, Па;
σ_l	– поле накопичених напружень в СЕ, Па;
v_i^s	– компоненти узагальненого вектора переміщень поверхні приведення, м.

Основні скорочення:

АПРОКС	– автоматизована система міцнісних розрахунків оболонкових і комбінованих систем;
ІАТО	– ітераційно-аналітична теорія оболонок;
КДВР	– кінетична діаграма втомного руйнування;
КІН	– коефіцієнт інтенсивності напружень;
КРТ	– критичне розкриття тріщини;
СЕ	– скінчений елемент;
МДВП	– метод дискретно-віртуального просування;

МДТТ	— механіка деформованого твердого тіла;
МЖ	— матриця жорсткості СЕ;
МСЕ	— метод скінчених елементів;
ПЗРТ	— повільне зростання втомної тріщини;
МССЕ	— моментна схема скінчених елементів;
НДС	— напружено-деформований стан;
НУЕ	— нормальні умови експлуатації;
ПГ	— парогенератор;
ПОО	— проблемно-орієнтований оператор;
ПОМ	— проблемно-орієнтована мова;
ЗРТ	— зростання втомної тріщини.

ВСТУП

Актуальність теми. Із збільшенням вітчизняних і світових виробничих потужностей неухильними темпами зростає і хімічне виробництво - не менше третини усіх підприємств світу має справу з хімічними речовинами - виробляє їх або використовує у своїх технологічних процесах. На цьому фоні зростає і кількість аварій і техногенних катастроф, так або інакше пов'язаних з викидом хімічно активних речовин в довкілля. В світі щодня реєструється до 20 аварій техногенного характеру, основними причинами яких експерти називають, в першу чергу, виникнення або накопичення дефектів в обладнанні, і лише потім відхилення від технологічних норм експлуатації і людський чинник.

На сьогоднішній день широке розповсюдження в хімічному машинобудуванні знайшли різного роду просторові, в тому числі і багатопланові, конструкції. До них відносяться такі об'єкти хімічного комплексу, як:

- різного роду сховища, ємності, трубопроводи, що працюють під високим тиском

- теплообмінні агрегати

- обертові печі

- різноманітне допоміжне обладнання, як то муфти, вали та інше.

Складні умови експлуатації вищенаведених об'єктів (наявність агресивних середовищ всередині апаратів, суттєва різниця внутрішніх і зовнішніх тисків і температур, неминуча дія довкілля в циклі зима-літо внаслідок великої габаритності об'єктів) істотно посилюють вимоги, що пред'являються до вироблення оптимальних проектно-конструкторських рішень при їх проектуванні.

Як відомо, впровадження нових матеріалів і конструкторських рішень в практику проектування елементів хімічного машинобудування, а також відсутність належного моніторингу за станом роботи існуючих об'єктів, істотно збільшило загальну кількість зареєстрованих аварій.

Вихід з ладу відповідальних об'єктів хімічного комплексу спричиняє не лише великі матеріальні втрати і суттєві витрати на відновлення і ремонт, але також може завдати значної шкоди довкіллю і здоров'ю людей, що істотно посилює вимоги, які пред'являються до режиму експлуатації цих апаратів і призводить до необхідності не лише постійного вдосконалення рівня перевірочних розрахунків на стадії проектування, але і до розробки систем моніторингу для відстеження змін умов роботи і технічного стану конструкцій в процесі усього їх життєвого циклу.

Так, прикладом подібних техногенних катастроф може служити викид метілізоціанату на заводі фірми "Юнион Карбайд" в Бхопалі (Індія) в 1984 році, коли загинуло близько 3000 чоловік і постраждало більше 200 тис., аварія на хімічному підприємстві в Італії в 1976 році, коли територія площею 18 км² була повністю заражена діоксином, нещодавній (січень 2007 р.) вибух газопроводу Уренгой-Ужгород під Києвом, коли була повністю випалена територія в радіусі кілометра і лише завдяки щасливому випадку обійшлося без людських жертв.

Одним з найбільш поширених видів руйнування об'єктів хімічного комплексу є руйнування внаслідок утворення і розвитку в них тріщин. Статистика відмов посудин тиску за результатами дослідження парових котлів, теплообмінників і резервуарів хімічної і нафтохімічної промисловості свідчить про те, що більше 94% відмов відбуваються саме внаслідок розвитку в них тріщин, і лише менше 6% відмов відбуваються внаслідок дефектів виготовлення, корозійних процесів або порушення процесів експлуатації. В класифікації причин, що призвели до розвитку тріщин, більше 50% відмов припадають саме на технологічні і втомні тріщини [1]:

Нині накопичено істотний досвід в області проектування складних об'єктів хімічного машинобудування, виконаних з однорідних конструкційних матеріалів.

В багатьох роботах стосовно таких об'єктів як балони високого тиску, фільтрувальні установки, барабанні печі, мішалки, трубопроводи, задача

визначення напружено-деформованого стану вирішується на базі емпіричних залежностей і основних співвідношень теорії пружності в лінійній постановці. Такий підхід актуальний і в наш час, проте сфера застосування подібного роду методик обмежена елементами конструкцій, що мають просту геометричну форму (сферичну, конічну, циліндричну), для яких існують аналітичні рішення в області теорії пластин та оболонок.

Проте, необхідність проведення технологічних операцій в умовах агресивних середовищ зумовило необхідність використання для створення посудин та апаратів хімічних виробництв гостродефіцитних та дорогих матеріалів. Потреба в економному використанні цих матеріалів та здешевленні виготовлених з них машин та апаратів призвела до створення особливих класів багатошарових конструкційних матеріалів – біметалів та металокомпозитів. Біметали являють собою композицію з двох або більше шарів різнорідних металів з можливим включенням різного роду композиційних шарів (металокомпозити), поєднання яких дозволяє створити конструкційний матеріал з широким спектром наперед заданих експлуатаційних характеристик.

Окрім того, використання в практиці проектування об'єктів хімічного машинобудування різних підкріплюючих елементів (ребра жорсткості, обичайки, бандажі, шпангоути і так далі), призводить до необхідності використання точніших методик аналізу міцності конструкцій, що враховують неоднорідний розподіл напружень в областях конструктивних особливостей, а також фактор низької зсувної жорсткості біметалевих та металокомпозитних корпусних елементів цих об'єктів.

Починаючи з 1960-х років, лише для хімічної та нафтопереробної промисловостей було виготовлено з біметалу тисячі посудин та апаратів, що працюють під тиском. Розрахунковий термін служби багатьох з них вже добігає кінця, тому можливість їх подальшого використання має бути підтверджена відповідними експертними висновками, оскільки такі підприємства відносяться до категорії небезпечних виробничих об'єктів.

Процедури проведення експертиз промислової безпеки посудин та апаратів, що працюють під тиском, досить чітко визначені відповідними нормативними документами, та при цьому не приділяється належної уваги особливостям, які характерні для апаратів, виконаних з використанням біметалевих композицій.

На сьогоднішній день накопичено значну кількість статистичного матеріалу стосовно причин руйнування зварних посудин та апаратів. Найчастіше руйнування вищезначених об'єктів ініціюється в зонах зварних швів. Причинами, що призводять до руйнування біметалевих апаратів, названо локальні мікроструктурні зміни металу, що відбуваються при зварювальних операціях. Створені при цьому залишкові напруження часто призводять до утворення мікро- та макротріщин в наплавленому металі зварного шва та навколо нього, що пояснює особливу потребу в дотриманні технології зварювальних робіт при створенні нового біметалевого обладнання та проведенні ремонтно-відновлювальних операцій вже існуючих зразків.

В певних випадках за нормальних умов експлуатації, а найчастіше в аварійних ситуаціях або ж при порушенні технологічних процесів виготовлення та ремонту, відбувається виникнення локальних зон пластичних деформацій, розташованих переважно в місцях різкої зміни геометрії конструкції – патрубкові зони, технологічні отвори, обичайки, днища тощо. Такі локальні зони перевищення межі пластичності не є небезпечними для пластичних конструкційних сталей типу СтЗсп, і тому допускаються при проектуванні відповідальних конструкцій хімічного комплексу. Проте, на відміну від монометалевих корпусів, для біметалевих та металокомпозитних корпусних елементів апаратів хімічного машинобудування, такі локальні зони пластичних деформацій є суттєвим додатковим чинником, що сприяє передчасному руйнуванню об'єкту, оскільки, як правило, матеріали плакувального шару, не зважаючи на достатню корозійну стійкість, мають низьку ударну в'язкість та високу крихкість, через що саме вони стають ініціатором зон руйнування біметалу навіть тоді, коли основний шар металу ще зберігає свою несучу

здатність, що пояснює багаточисельні випадки поширення тріщин в апаратах хімічних виробництв при рівні навантаження, значно меншого за розрахунковий.

Комплексне дослідження довговічності і несучої спроможності біметалевих та металокомпозитних апаратів хімічних виробництв, що працюють під тиском, в процесі їх експлуатації передбачає розробку нових уточнених методів розрахунку, що враховують пластичне деформування матеріалів шарів, прогресуюче тріщиноутворення в них, зміни фізико-механічних властивостей матеріалів і т.д. Досить часто, особливо для таких габаритних тонкостінних апаратів, як ректифікаційні колони, абсорбери, реактори, руйнування підкріплюючих елементів та порушення контакту окремих шарів (розшарування) може призвести до виникнення зон значних переміщень в конструкції. Тому, для успішного вирішення задачі визначення довговічності і несучої спроможності таких об'єктів необхідно досліджувати взаємодію фізично і геометрично нелінійних процесів деформування з урахуванням можливості утворення осередків початкового руйнування, переростання їх в макротріщину з подальшим її розвитком. Зрештою, ресурс міцності апаратів, які досліджуються в роботі, визначатиметься здатністю їх елементів чинити опір розвитку зон руйнування.

Виходячи з огляду літератури з цього питання, можна стверджувати, що на сьогодні проблема визначення довговічності апаратів хімічних виробництв, що працюють під тиском, з урахуванням процесів розповсюдження магістральних тріщин та ефектів розшарування в геометрично і фізично нелінійних постановках, досліджена недостатньо повно.

Використання існуючих загальноприйнятих методик та аналітичних методів розрахунку посудин та апаратів, що працюють під тиском, можливе лише для визначення їх загального напружено-деформованого стану, в той час як поєднання в реальних апаратах хімічних виробництв тонкостінних багатошарових елементів, в тому числі біметалевих та металокомпозитних, і масивних тривимірних підкріплюючих елементів і вузлів (ребра жорсткості,

обичайки, бандажі, шпангоути і так далі) обумовлює необхідність залучення чисельних методів на базі уточнених методів розрахунку, які дозволяють враховувати еволюційні процеси розповсюдження тріщин та зон розшарування.

В зв'язку з цим, в даній роботі для дослідження напружено-деформованого стану апаратів хімічних виробництв використовується ефективний варіант методу скінчених елементів (МСЕ) - моментна схема (МССЕ), основні положення якої викладені в роботах О.С.Сахарова [3-9], та основні співвідношення ітераційно-аналітичної теорії оболонок (ІАТО) [2], що дозволяють детально описувати НДС тонких, середньої товщини і товстостінних конструкцій. Найбільш ефективно застосування МССЕ в поєднанні з ІАТО для конструкцій, окремі ділянки яких в процесі деформування та руйнування можуть зазнавати суттєвих переміщень або поворотів. Цим пояснюється доцільність застосування МССЕ на базі ІАТО до вирішення задачі визначення довговічності та несучої спроможності апаратів хімічних виробництв, що працюють під тиском, для урахування еволюції їх руйнування в процесі експлуатації.

Таким чином, подальший розвиток і розробка нових теорій, алгоритмів і методів розрахунку машин та апаратів хімічних виробництв, що працюють під тиском, з урахуванням еволюції їх руйнування в процесі експлуатації, на сьогоднішній день є актуальною задачею підвищення показників їх надійності та довговічності. Вирішення цієї задачі можливе лише шляхом комплексного підходу, що передбачає:

- а) розробку нових методів розрахунку багатошарових елементів обладнання хімічних виробництв, з метою врахування еволюції їх руйнування в процесі експлуатації;
- б) розробку ефективних алгоритмів моделювання еволюційних процесів руйнування апаратів хімічних виробництв, при статичних і циклічних навантаженнях;
- в) розробку програмного забезпечення, що базується на використанні методу скінчених елементів, з метою забезпечення інформаційної

підтримки життєвого циклу апаратів хімічних виробництв для підвищення показників їх надійності та довговічності.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалася відповідно до держбюджетних тем №2632-Ф, 2003-2005 рр. «Моделювання тріщиноутворення в обладнанні теплових та атомних електростанцій на базі чисельних досліджень», № держреєстрації 0103U00020; №2918-Ф, 2006-2008 рр. «Розроблення наукових основ моделювання процесів формування погонажних виробів складної геометрії з врахуванням нерівномірності температурних полів і залишкових напружень», № держреєстрації 0106U002131; №2316-Ф, 2010-2012 рр. «Моделювання процесів утворення і розповсюдження тріщин в конструкціях хімічного обладнання з урахуванням експлуатаційних факторів», № держреєстрації 0110U002272.

Мета і завдання дослідження. Метою даної роботи є розробка нових методів розрахунку просторових конструкцій хімічних виробництв з урахуванням нелінійних процесів розповсюдження в них тріщин для підвищення показників їх надійності і довговічності. Комплексне дослідження поставленої задачі передбачає вирішення наступних задач:

1. розробку методів побудови розрахункових моделей обладнання хімічних виробництв;
2. розробку методів визначення граничних умов для об'єктів хімічної промисловості;
3. розробку методів реагування в реальному часі на позаштатні ситуації, що виникають при експлуатації обладнання хімічної промисловості, з оперативною видачою рішення про можливі наслідки;
4. розробку методів прогнозування виникнення мікродефектів в обладнанні хімічної промисловості під час його експлуатації;

5. розробку методів моделювання процесів накопичення дефектів та руйнування в обладнанні хімічної промисловості, що працює в умовах статичного і циклічного навантаження;

6. розробку методів прогнозування довговічності обладнання хімічної промисловості.

Об'єкт дослідження - життєвий цикл обладнання хімічної промисловості на стадії проектування та експлуатації.

Предмет дослідження - машини та апарати хімічних виробництв, що знаходяться під дією складних статичних і циклічних навантажень.

Методи дослідження. Поставлені в роботі завдання вирішуються на базі моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) з застосуванням ітераційно-аналітичної теорії оболонок, модифікованого методу дискретно-віртуального моделювання просування тріщини та сучасного математичного апарату метода скінченних елементів (МСЕ). Дані натурних експериментів використовуються для верифікації розроблених методів, алгоритмів та числових моделей об'єктів хімічної промисловості.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

1. Розроблено модифікацію метода дискретно-віртуального просування тріщин та зон розшарування для дослідження процесів руйнування просторових конструкцій хімічної промисловості в процесі їх експлуатації.

2. Вперше проведена адаптація ітераційно-аналітичної теорії просторових конструкцій, в тому числі багат шарових, стосовно до вирішення задач надійності та довговічності об'єктів хімічної промисловості з урахуванням накопичення та розповсюдження в них дефектів.

3. Вперше розроблено новий багат шаровий уточнений скінченний елемент (СЕ), для коректного моделювання процесу розповсюдження зон розшарування.

4. Розроблено методи розрахунку, які дозволяють оцінювати надійність та довговічність елементів обладнання хімічних виробництв в залежності від зміни жорсткості його елементів в процесі їх експлуатації.

5. Розроблено та чисельно реалізовано алгоритми для моделювання еволюції розповсюдження тріщин та зон розшарування в елементах обладнання хімічних виробництв з урахуванням історії їх навантаження в процесі експлуатації.

6. Розроблено системи безперервної інформаційної підтримки об'єктів хімічної промисловості, що дозволяють моделювати їх життєвий цикл на стадії проектування та виконувати моніторинг обладнання в процесі експлуатації з урахуванням штатних, а також позаштатних, в тому числі і аварійних, ситуацій.

Практичне значення одержаних результатів:

1. Розроблені автоматизовані системи безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу об'єктів хімічної промисловості, що дозволяють не тільки виконувати моніторинг обладнання в процесі його експлуатації, але також прогнозувати сценарії можливого розвитку зон руйнування при виникненні позаштатних або аварійних ситуацій.

2. Результати виконаних в дисертації досліджень використовувались при складанні регламенту технічного обслуговування елементів обладнання парогенератора.

3. Результати виконаних в дисертації досліджень використовувались при проектуванні пластинчатої муфти на ВАТ «Сумський завод «Насосенергомаш».

4. За результатами роботи була проведена модернізація вузла з'єднання вінцевої шестерні с корпусом обертової печі, про що отримано 2 патенти на корисну модель.

Розроблена методика і система програм, що її реалізовує, для моніторингу життєвого циклу і оцінки довговічності обладнання хімічної промисловості можуть бути застосовані в науково-дослідних і проектних

інститутах, а також безпосередньо на спеціалізованих підприємствах галузі.

Результати виконаної дисертаційної роботи, алгоритми чисельних розрахунків та реалізовані на їх основі програмні модулі системи автоматизованого проектування та розрахунку АПРОКС використовуються в навчальному процесі для підготовки фахівців різних спеціальностей при вивченні ними курсу сучасних методів розрахунку машин та апаратів хімічних виробництв, виконанні курсових, дипломних проектів і робіт на кафедрі ХПСМ ІХФ НТУУ «КПІ».

Особистий внесок здобувача. Здобувачем розроблено новий багатошаровий уточнений скінченний елемент, який надає можливість дослідження факторів неоднорідності деформацій поперечного зсуву. Проведено чисельне моделювання процесів розшарування в елементах обладнання хімічної промисловості з урахуванням тертя в пакеті шарів. Розроблено ефективний алгоритм для моделювання процесів сумісного розповсюдження магістральних тріщин з урахуванням процесів розшарування. Проведено числові експерименти, виконано аналіз та узагальнення їх результатів, розроблено технічні рішення по модернізації вузлів обладнання хімічних виробництв.

Створення автоматизованих систем безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу об'єктів хімічної промисловості здійснювалось разом з науковим керівником д.т.н., проф. Гондляхом О. В.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідались та отримали схвальні відгуки на: XVIII, XIX та XX міжнародних конференціях «Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов» (Росія, Санкт-Петербург, 2000, 2001, 2003 рр.); XV міжнародній конференції по сучасним матеріалам в аерокосмічній галузі та методам їх обробки «AeroMat 2004» (США, Сиетл, 2004 р.); XXV ювілейній міжнародній конференції «Композиційні матеріали в промисловості» (Україна, Київ, 2005 р.); VI

щорічній промисловій конференції з міжнародною участю «Ефективність реалізації наукового, ресурсного та промислового потенціалу в сучасних умовах» (Україна, Славське, 2006 р.); науково-практичній конференції «Новітні технології пакування» (Україна, Київ, 2006 р.); 6-й міжнародній конференції «Computation of Shell & Spatial Structures» (США, Ітака, 2008 р.); 2-й міжнародній конференції «Передові космічні технології на благо людства» (Україна, Дніпропетровськ, 2009 р.); міжнародній науковій конференції Unitech 2015 (Габрово, Болгарія, 2015 р.).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася на кафедрі хімічного, полімерного та силікатного машинобудування Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" (Київ, 2017 р.).

Публікації. За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 30 друкованих праць, з них 3 монографії, 9 статей у наукових фахових виданнях, з яких 3 у виданнях України, що індексуються в міжнародних наукометричних базах і системах Scopus, BASE, РИНЦ, Google Scholar, 4 патенти України на корисну модель, 1 стаття у інших наукових виданнях України та 13 праць і тез доповідей в збірниках матеріалів міжнародних конференцій.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД СТАНУ ПРОБЛЕМИ І ОБГРУНТУВАННЯ НАПРЯМУ РОБОТИ

1.1. Огляд основних підходів до оцінки довговічності апаратів хімічного виробництва, що працюють під тиском, за умов наявності в них початкових дефектів

На сьогоднішній день хімічна промисловість є сукупністю великої кількості різноманітних виробництв, що відрізняються між собою не лише хімічними і фізичними властивостями сировини і кінцевих продуктів, але і технологічними особливостями виробничих процесів. Проте, кількість основних процесів, з різного поєднання, послідовності і характерних робочих умов яких складається технологічний цикл будь-якого хімічного виробництва, не перевищує декількох десятків.

Суттєвий об'єм обладнання, що здійснює технологічний цикл як в хімічній і енергетичній, так і в суміжних галузях промисловості, складають машини і апарати, призначені для роботи в умовах складного термосилового навантаження з неминучим впливом хімічно агресивних середовищ. Питома вага такого обладнання на підприємствах хімічного комплексу складає від 15 до 20%, а в нафтохімічній і нафтопереробній промисловостях - більше 50%.

Повноцінне забезпечення технологічних процесів в хімічній промисловості неможливе без участі різноманітних машин і апаратів, що здійснюють операції розділення і змішування сировини, фільтрації і очищення, дистиляції і ректифікації, і багато інших. Основи проектування і розрахунку на міцність та довговічність приведенного класу обладнання були закладені ще в 50-х роках минулого сторіччя, постійно розвиваючись і удосконалюючись завдяки таким відомим авторам, як З.Б.Канторович [10], І.А.Александров [11], Н.В.Барановський [12], М.А.Міхєєв [13], А.Д.Домашнєв [14], Л.С.Аксельрод [15], Н.І.Гельперин [16, 17], О.О.Лашинський [18], А.Г.Касаткін [19], Я.М.Корнієнко [20], П.Д.Лебедєв [21, 22], Ю.Є.Лукач [23, 24], І.І.Назаренко

[25], О.С.Парфенюк [26-31], О.М.Плановський [32], Л.Б.Радченко [33], В.М.Рамм [34], Ю.Г.Сухенко [35-40], Й.І.Чорнобильський [41], І.М.Федоткін [42-44] та ін.

При розгляді як теоретичних, так і прикладних методів розрахунків машин і апаратів хімічних виробництв, слід відмітити, в першу чергу, фундаментальні роботи З.Б.Канторовича [10], П.А.Антикайна [45], С.Д.Пономарьова [46], Л.Д.Домашнєва [14], І.А.Александрова [11], А.Г.Касаткіна [19], Й.І.Чорнобильського [41], та ін., що внесли суттєвий внесок в створення існуючої апаратури і зумовили подальші напрями її розвитку.

Актуальність цих загальновідомих класичних підходів до визначення міцності та надійності апаратів хімічних виробництв, виконаних з однорідних по товщині конструкційних матеріалів, не втрачена і на сьогодні.

Проте, велика увага сучасних вчених і інженерів приділяється питанням створення машин та апаратів з нових конструкційних матеріалів і їх композицій. Так, В.І.Трегубовим [52] розглянуті питання теорії і технології виготовлення балонів високого тиску з двошарових матеріалів, запропонована математична модель деформування двошарових матеріалів в умовах плоского деформованого стану, а Ю.В.Немировський в роботі [53] розглянув динамічні задачі для сферичних шаруватих посудин і циліндричних труб.

Не залишаються без уваги і окремі питання забезпечення надійності і безвідмовної роботи елементів насосного і вентиляційного обладнання. Н.А.Попов [58] запропонував оригінальну методику розрахунку навантажень, діючих на здвоєну листову лопатку робочого колеса шахтного осьового вентилятора від дії на неї відцентрових сил. У роботі F.Sieverding [59] запропонована і проаналізована нова методика, алгоритм і основні принципи розрахунку конструкції і профілів лопаток промислових осьових компресорів, оцінений вплив різних факторів на ефективність роботи осьового компресора і дані рекомендації по практичному застосуванню запропонованого підходу до вирішення задачі оптимізації конструкції компресорів. Відмічена ефективність застосування просторових математичних моделей при створенні ефективних

профілів лопаток осьових промислових компресорів.

Необхідність протистояти руйнівному впливу агресивних середовищ, що мають місце в багатьох технологічних процесах хімічних виробництв, вимагає використання для створення ємкісних апаратів біметалевих та металокомпозитних матеріалів з корозійностійкими плакувальними шарами та більш дешевими основними шарами, виготовленими з вуглецевих сталей. Одним з найважливіших критеріїв, які визначають довговічність будь-якого апарату, що працює під тиском, є характеристика тріщиностійкості. В своїй роботі В.Н.Мухін [11.] наводить змістовний аналіз статистики випадків руйнування зварних біметалевих апаратів хімічних виробництв та відзначає, що біметалевим та металокомпозитним матеріалам притаманні певні особливості механізмів руйнування, не характерні посудинам та апаратам, виконаним з монометалу. Це обумовлено тим, що в разі наявності в пружному тілі дефекту типу «тріщина», під дією зовнішніх або внутрішніх сил, в області вершини тріщини виникає значна концентрація напружень. Таким чином, наявність переобтяжених ділянок суттєво знижує здатність таких тіл чинити опір діючим на них факторам навантаження. В той же час, переважна більшість сучасних машин і апаратів практично завжди містять ті або інші дефекти типу тріщин, що виникають або в процесі експлуатації виробу, або в процесі його виготовлення, або спочатку притаманні використовуваним матеріалам.

Очевидність неможливості застосування загальноприйнятих критеріїв міцності суцільних тіл до реальних об'єктів, що містять тріщини, призвела до необхідності створення методів дослідження можливостей подальшого використання конструкцій в разі виявлення в них тріщин і подібних ним дефектів. Результатом стало створення різних, залежних від характеристик матеріалів і умов їх роботи, теорій руйнування тіл з тріщинами.

Основні постулати і співвідношення механіки руйнування були запропоновані Гриффітсом [75, 76] для крихких матеріалів та узагальнені Ірвіном [77] і Орованом [78] на випадок наявності в вершині тріщини малої зони пластичних деформацій. Окрім енергетичних, були запропоновані також

ряд інших критеріїв, таких як силові (Г.І.Баренблатт [79-81], Дж.Ірвін [82], В.В.Новожилов [83, 84]), в основі яких лежить аналіз поля напружень у вершини тріщини, і деформаційні, засновані на величині розкриття берегів тріщини у її вершини (М.Я.Леонов, В.В.Панасюк [85, 86], Дагдейл [87], Уелс [88]).

При дослідженні конструкцій, що перебувають під дією багатокомпонентного навантаження, необхідне використання різних критеріїв розвитку тріщин. Досить детальний в цьому відношенні аналіз різних критеріїв руйнування присутній в роботах В.В.Панасюка [89] і К.Хеллана [90], Сі [94, 95], М.-Н.Wang [96], Г.І.Баренблатта [97-100]. Зокрема, В.В.Панасюк розглядає умову розвитку тріщини по співвідношенню критичних значень коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) для чистих відриву, поперечного і подовжнього зсувів відповідно. В той же час, у своїх роботах Дж.Райс [91], Г.П.Черепанов [92] і В.З.Партон [93] у виразі для визначення енергії деформації при проростанні тріщини, окрім функцій критичних значень КІН, використовують значення площі новоутвореної поверхні тріщини.

Обмежена застосовність співвідношень лінійної механіки руйнування при високих рівнях напружень є загальновідомим фактом. Ситуація ще більш погіршується при пониженні межі текучості матеріалу. Це зумовило необхідність використання критеріальних параметрів нелінійної механіки руйнування. Одним з найбільш вживаних і поширених параметрів нелінійної механіки руйнування є J-інтеграл, одержаний практично одночасно Г.П.Черепановим [92, 117] і Райсом [118], який є інтегральною характеристикою поля напружень і деформацій в околиці вершини тріщини.

Окрім вищезгаданих моделей, існує велика кількість робіт, в яких основним критерієм тріщиноутворення виступає величина розкриття берегів тріщини у її вершини (δ). Вперше параметр δ як критерій тріщиноутворення був застосований Довером [120].

Всі вищенаведені теорії в тій чи іншій мірі знайшли своє відображення при проектуванні та розрахунках широкого класу машин, апаратів високого

тиску та трубопровідного обладнання хімічних виробництв, що широко висвітлено в літературі. Так, Р.С.Зайнуллін в роботі [54] на основі методу по граничних станах класифікував основні закономірності розвитку корозійно-механічних тріщин в конструктивних елементах резервуарів і трубопроводів. М.Perl в [55] представив результати досліджень в тривимірній постановці значень коефіцієнта інтенсивності напружень в товстостінній циліндричній посудині тиску. Чисельне дослідження граничного внутрішнього тиску в трубопроводі залежно від величини тріщини і міцнісних властивостей матеріалу і виникнення нестійкості деформації внаслідок ініціації початкової тріщини під дією постійного внутрішнього тиску досліджувався Г.І.Мокеєвою в [56].

На сьогодні також існує чимало вітчизняних робіт І.М.Гориніна [60], В.І.Похмурського [61], В.О.Григор'єва [62], П.А.Антикайна [45], Н.В.Бугай [63], В.Ф.Тітова [64] та ін., і робіт зарубіжних авторів: R.Magdowski [65], C.S.Welty, J.C.Blomgren [66], G.O.Hayner, C.R.Frye, G.J.Theus [67], D.D.McDonald, G.R.Shierman, P.Butler [68], P.E.Doherty, M.J.Psaila-Dombrowski, D.W.Eden [69] R.W.Staehle [70] та ін., увага яких приділяється питанням оцінки несучої спроможності і причин виникнення відмов парогенераторів хімічної, харчової, нафтохімічної і енергетичної промисловостей з дефектами типу пір, раковин, несучільностей і тріщин.

Так, в роботі авторського колективу І.М.Неклюдов, Л.С.Ожигов, О.С.Митрофанов, С.В.Гоженко, В.М.Пишний, А.В.Бажуков, П.К.Мірошник, Н.А.Феофентов [71], наведено результати аналізу металографічних досліджень пошкоджених ділянок теплообмінних труб парогенераторів Південноукраїнської АЕС. Виявлені і проаналізовані різні типи дефектів. Відмічені певні закономірності в статистиці корозійних пошкоджень трубчатки парогенераторів.

В роботі Т.Е.Щедеркиної [72] розглядається алгоритм прогнозування кількості пошкоджених теплообмінних труб парогенераторів АЕС (ТЕС) і часу їх глушення з оцінкою точності і надійності отриманих результатів прогнозу на

основі статистичного матеріалу, зібраного на блоках Нововоронежської АЕС.

X.Wang і W.Reinhardt в своїй роботі [73] пропонують для прогнозування утворення наскрізних поперечних тріщин в трубах ПГ скористатися відомим FAD наближенням (failure assessment diagram), що супроводжується процедурою попереднього розрахунку діаграми розподілу напружень і граничних навантажень з урахуванням граничних умов, обумовлених наявністю опорних елементів. В цій роботі також наводиться короткий опис методики проведення розрахунків і приклад практичного її застосування на демонстраційній моделі.

1.2. Закономірність розповсюдження втомних макротріщин при циклічному навантаженні

Однією з основних задач конструкторського і перевірконого розрахунків конструкцій і деталей машин та апаратів на міцність є недопущення виходу їх з ладу внаслідок дії циклічного навантаження, оскільки більше 90% всіх руйнувань елементів конструкцій і деталей машин в промисловості і на транспорті відбувається саме внаслідок дії на них повторно-змінних навантажень.

Не дивлячись на те, що втомне руйнування матеріалів і виготовлених з них машин і апаратів досліджується вже більше 100 років, лише в останні десятиліття процес втомного руйнування стали розглядати як сукупність послідовно протікаючих стадій: стадії зародження тріщини; стадії зростання втомної тріщини (ЗВТ) і стадії остаточного руйнування.

Для широкого спектру конструкцій, в яких тріщини виникають на етапі виготовлення або на перших етапах експлуатації, найбільш тривала за часом (до 90-95% загального ресурсу роботи) і найбільш важлива для вивчення стадія повільного зростання втомної тріщини (ПЗВТ), т.з. живучість.

У 1953 р. Хед [103] запропонував першу феноменологічну модель ЗВТ, уточнивши і доповнивши її в подальших своїх роботах [104, 105]. Подальші дослідження в цьому напрямку широко висвітлені в роботах Дагдейла [106,

107], Лю [108, 109], Вейбула [110], Макевілі та Іллага [111].

Існуюча на сьогоднішній момент достатньо велика кількість теорій розповсюдження тріщин може бути застосована лише для обмеженої кількості модельних зразків [112]. Введення в розгляд поняття коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН), який інтегрально враховує поля напружень і деформацій в області вершини тріщини, дозволив описати швидкість ЗВТ єдиним співвідношенням, справедливим для широкого спектру матеріалів і умов навантаження конструкцій.

Кінетична діаграма втомного руйнування (КДВР) була вперше запропонована Перісом [112, 113] для опису ЗВТ. Експериментальні і теоретичні дослідження, що послідували за цим, довели можливість застосування цієї залежності для різних матеріалів і довжин тріщин.

Даулінг в роботі [119] вперше представив застосування енергетичного J -інтеграла до опису процесу циклічного зростання тріщини.

Однією з першочергових задач, що виникають при моделюванні процесів руйнування, є питання відшукування траєкторії тріщини - шляху, по якому відбувається її зростання.

Існуючі методи визначення траєкторії тріщини можуть бути умовно розділені на дві групи: диференціальні та інтегральні.

Тоді як диференціальні методи побудовані на визначенні кута між початковим і подальшим напрямом зростання тріщини в її вершині, інтегральні методи - на визначенні рівняння лінії просування тріщини на підставі аналізу НДС тіла з тріщиною.

В [201] Морозов наводить докладну класифікацію критеріїв руйнування, використовуваних при визначенні траєкторії тріщини, розділяючи їх на два основні класи – локальні і глобальні. Найбільше розповсюдження серед них при дослідженні процесів втомного зростання тріщини знайшли критерій максимальних розтягуючих напружень [125, 126], критерій найменших витрат енергії на руйнування [129] та критерій J -інтегралу [132].

Уточнення представлених моделей, а також створення і обґрунтування

нових моделей руйнування активно триває і в наші дні. Так, в роботі В.Т.Трощенко [121] на підставі дослідження особливостей розвитку втомних тріщин в компресорних лопатках газових турбін стверджується, що на початковому етапі зростання втомних тріщин визначальними чинниками являються напружений стан, поверхневі залишкові напруження; поверхневі технологічні і експлуатаційні дефекти.

Залишковий ресурс трубопроводів в умовах циклічних навантажень, спричинених перепадами внутрішнього тиску, зміною температур і іншими факторами, досліджувався чисельними методами в роботі В.В.Курочкина [57].

Питання обґрунтування запасу втомної міцності деталей машин і конструкцій з урахуванням дефектів і ушкоджень типу тріщин розглянуті Л.І.Доможировим в роботі [122]. Аналізуючи характеристики опору втоми матеріалів, автором показано, що розрахункова оцінка межі витривалості гладких лабораторних зразків відповідає експериментальним даним тільки за умови наявності в матеріалі початкових тріщин.

Н.Н.Вассерман в роботі [123] розглянув кінетичну модель втомного руйнування, що включає дві характерні стадії - зародження і розвиток тріщин втоми. Перша стадія розглядається як процес розсіяного ушкодження, що супроводжується циклічним зміцненням. Друга стадія описується в термінах лінійної механіки руйнування.

Зарубіжні автори також не оминають своєю увагою розвиток методів механіки втомного руйнування стосовно реальних задач машинобудування. Так, приміром Нао Гуо [124] досліджував вплив циклічного навантаження на характеристики руйнування трубопровідної сталі в розчині рН, близькому до нейтрального. Випробування проводилися на плоских зразках з надрізами, вирізаних з натурної труби. Система навантаження забезпечувала умови розповсюдження тріщини нормального відриву або комбінованого типу (розтягування із зсувом). Варіювалися частота і амплітуда навантаження. Відмічено, що при малій частоті процес розповсюдження втомної тріщини контролюється механізмом корозійного розтріскування матеріалу. При

циклічних навантаженнях комбінованого типу при розповсюдженні тріщини домінуючим фактором являється найбільше напруження, зсувне або розтягуюче. При навантаженні нормального відриву тріщина розповсюджується прямолінійно в напрямі, перпендикулярному напрямку застосування навантаження. При комбінованому типі навантаження тріщина має синусоїдальну форму і розповсюджується під кутом до напрямку найбільшого головного напруження.

1.3. Огляд математичних моделей механіки руйнування просторових конструкцій

Вченими Інституту проблем міцності ім. Г.С.Писаренко НАН України Г.В.Степановим, В.В.Харченко, А.І.Бабуцьким, С.В.Романовим, П.П.Ворошко, та ін. [74] описані методика і основні результати уточненої оцінки напружено-деформованого стану вузла зварного з'єднання "гарячого" колектора з патрубком парогенератора АЕС. Згідно з результатами розрахунків методом скінчених елементів з використанням тривимірної моделі, рівень локальних напружень в області вузла перевищує межу текучості металу. Максимальний рівень розтягуючих напружень спостерігається на поверхні "кишені" в локальній області нижче за лінію сполучення галтелі з внутрішньою циліндричною поверхнею патрубка ПГ з розтягнутого боку згину трубопроводу першого контуру, що відповідає місцю фактичного руйнування на всіх пошкоджених ПГ.

В роботі Демідова [268] та ін. досліджувався напружено-деформований стан частини головного циркуляційного трубопроводу АЕС, які мають початкові дефектами, з урахуванням статистичного розбросу пульсації тиску в системі. Залишковий ресурс ділянки трубопроводу визначався на базі оболонкових 8-ми вузлових скінчених елементів, при цьому локалізація зони дефекту проводилась з застосуванням тривимірних 20-ти вузлових скінчених елементів. Незважаючи на те, що авторами отримано залежності кількості циклів навантаження від глибини дефекту, наведена методика має обмежене

застосування, оскільки розглянуто лише окремий випадок умов роботи конструкції, заснований на лінійній гіпотезі залежності товщини стінки від часу.

В роботі Євдокімова [269] та ін. досліджувався вплив режимів термозатягування болтів на напружено-деформований стан робочих коліс гідротурбін із застосуванням методу скінчених елементів. Визначено оптимальні температурні параметри процесу зборки ротора гідротурбіни.

Визначенню параметрів повзучості та довготривалої міцності лопаток газотурбінних двигунів під дією циклічно-змінних термосилових навантажень присвячено роботу Бреславського [300]. На основі двовимірної задачі методу скінчених елементів визначено кількість циклів роботи лопатки до моменту переходу мікротріщин в макротріщину.

Достатньо велика кількість робіт в області механіки руйнування, що з'явилися в останні десятиліття, по використаних в них методах можуть бути розділені по трьох основних напрямках: чисельні методи (розробка і вдосконалення чисельних методів, їх алгоритмізація, а також їх реалізація за допомогою обчислювальних систем); аналітичні методи (виведення аналітичних співвідношень для простих тіл з тріщиною); і якісні методи.

Як свідчить переважна кількість публікацій, найбільш універсальними і застосованими до найширшого класу задач є саме чисельні методи.

Стосовно вирішення задач механіки руйнування просторових тіл розрізняють такі, при яких здійснюється дискретизація усього тривимірного тіла (методи скінчених елементів, прямих, скінчених різниць), і методи, в яких рівняння стану заздалегідь зводяться на межі тіла і після цього розглядається система граничних рівнянь.

Серед усіх чисельних методів найбільшого поширення набув саме метод скінчених елементів (МСЕ). Основні переваги методу скінчених елементів, в порівнянні з іншими чисельними методами, полягають в простоті поєднання декількох матеріалів в рамках одного фізичного тіла при визначенні його напружено-деформованого стану, можливості дискретизації скінчено-

елементної сітки в області концентраторів, природного і простого опису граничних умов різного роду. Іншою найважливішою перевагою МСЕ є можливість встановлювати в рамках кожної дискретної підобласті (скінченого елемента) своїх законів, що описують зв'язок сил і переміщень у вузлах, дозволяючи поєднувати в рамках однієї сіткової області скінчені елементи різних типів (тривимірних і оболонкових, сингулярних і ізопараметричних і так далі), що, в свою чергу, істотно підвищує ефективність методу в цілому.

З моменту своєї появи і по сьогоднішній день МСЕ поповнювався безліччю варіантів скінчених елементів. На ранніх етапах застосовувалися переважно класичні СЕ з рішенням задачі в переміщеннях, які не відображують особливості НДС поблизу вершини тріщини. При цьому значення КІН обчислювалися, як правило, із застосуванням асимптотичних методів [141-143]. Визначені таким чином величини КІН мають недостатній порядок точності, і для її підвищення вимагається суттєве подрібнення елементів навколо вершини тріщини, і, як наслідок, значне збільшення розміру систем розв'язувальних рівнянь.

Введення в розгляд спеціальних СЕ, вживаних для дискретизації області в районі вершини тріщини і сумісні з іншими елементами, пропонувалися і досліджувалися в роботах [144-155], що дозволило в ряді випадків отримати значення КІН із задовільною точністю навіть при досить грубій скінчено-елементній сітці.

Іншим способом обчислення КІН є використання формули Ірвіна, а методи, побудовані на цих співвідношеннях, прийнято відносити до класу енергетичних:

1. Пряме визначення зміни енергії деформації в області тріщини і подальший перерахунок отриманої величини в КІН. Цей підхід застосовувався в роботах [148, 156-162] для дослідження КІН досить складних тривимірних задач.

2. Визначення величини енергії, необхідної для закриття берегів тріщини. В [163] представлено декілька інтегралів закриття тріщини для плоскої

постановки, а узагальнення цього підходу на тривимірний випадок наведено в [164].

3. Обчислення енергетичного J - інтеграла. Роботи [161, 165-166] містять опис для визначення J -інтегралів через об'ємні інтеграли. В [167, 168] на широкому класі задач показана ефективність такого методу обчислення КІН для тріщин довільного відриву.

Значне місце в ієрархії скінчених елементів займають також гібридні СЕ. Такі методи поєднують в собі використання класичних скінчених елементів для дискретизації регулярної області досліджуваного тіла, і сингулярних елементів для опису вершини тріщини. Застосуванню гібридних елементів в переміщеннях присвячені роботи [169-172], рівноважним гібридним елементам - [173, 174], і змішаним гібридним елементам - [175].

Створення вищезазначених СЕ дозволило здійснити вирішення за допомогою МСЕ цілого ряду важливих прикладних просторових задач механіки руйнування. Так, отримані рішення для тріщин відриву: напівеліптичні тріщини в пластинах скінченої довжини і циліндричних посудинах тиску [153, 159, 169, 171, 172, 176-178]; прямокутні тріщини в пластинах скінченої товщини і балках [145, 149, 151, 154, 157, 174, 179, 180]; поверхневі тріщини в пластині, в перерізі труби і циліндра [171, 181-184]; кутові тріщини в горловині посудини тиску [158, 170, 171, 185]; система сполучених тріщин на поверхні пластини скінченої товщини [186]. Аналіз застосовності різного роду скінчених елементів при вирішенні просторових задач механіки руйнування міститься в роботах [151, 187- 192].

Підтвердженням високої ефективності використання методу скінчених елементів для вирішення широкого спектру задач механіки руйнування є велика кількість робіт вітчизняних і зарубіжних авторів, присвячених моделюванню процесу циклічного зростання тріщин і визначенню залишкового ресурсу роботи машин і апаратів хімічної, енергетичної, нафтопереробної, харчової та ін. промисловостей.

Так, О.В.Семистьонов в роботі [193] наводить результати розрахунків на

основі методу скінчених елементів напружень в лопатці парової турбіни, що виникають від дії тиску пари. Наводиться порівняння результатів чисельних експериментів з результатами металографічних досліджень зони дефекту з метою виявлення причин його появи.

В статті Г.В.Степанова та ін. [74] приведені методика і основні результати уточненої оцінки напружено-деформованого стану вузла зварного з'єднання "гарячого" колектора з патрубком парогенератора АЕС при детальному урахуванні реальних умов навантаження при експлуатації. Згідно з результатами розрахунків методом скінчених елементів з використанням тривимірної моделі, рівень локальних напружень в області вузла перевищує межу текучості металу. Розрахункові напруження на зовнішній поверхні патрубка задовільно узгоджуються з результатами натурної тензометрії. Максимальний рівень розтягуючих напружень спостерігається на поверхні "кишені" в локальній області нижче за лінію сполучення галтелі з внутрішньою циліндричною поверхнею патрубка ПГ з розтягнутого боку згину трубопроводу першого контура, що відповідає місцю фактичного руйнування на усіх пошкоджених ПГ.

Метод визначення коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині тріщини в канавці для кріплення лопатки парової турбіни з використанням МСЕ запропонований А.Морита [194]. На основі цього методу автором визначена залишкова втомна довговічність ротора парової турбіни.

В дисертації І.А.Костюшко [195] представлено метод визначення напружено-деформованого стану поблизу концентратора напружень в пластині з довільно орієнтованою тріщиною на основі критеріїв лінійної механіки руйнування. Для вирішення пружно-пластичної задачі для пластини з тріщиною нормального відриву в умовах одновісного розтягування використаний метод скінчених елементів. Вирішено задачу з визначення довговічності пружно-пластичного тіла з тріщиною нормального відриву в умовах циклічного навантаження.

Розвиток методу пошуку коефіцієнтів інтенсивності напружень по

частотних похідних елементів матриці жорсткості по довжині тріщини надається в роботі S.W.Ng [196]. Відзначається можливість використання такого підходу для розробки скінчено-елементних програм.

A.Abdul-Aziz в роботі [197], присвяченій причинам виникнення тріщин у вузлах кріплення типу "ялиночка" лопаток турбіни турбонасосного агрегату подачі пального, використовує двомірний аналіз методом скінчених елементів механіки руйнування в стаціонарних умовах з врахуванням термічних і механічних навантажень для отримання розподілу температур і напружень у вузлі кріплення лопатки. Автором встановлені зони найбільш високих напружень, здатних ініціювати розвиток тріщин, і виконана оцінка робочого ресурсу вузла кріплення лопатки з урахуванням розмірів тріщин.

Застосування методу скінчених елементів в механіці циклічного руйнування не обмежується лише лінійною постановкою задачі. МСЕ був і залишається зручним і ефективним методом чисельного дослідження не лише геометрично нелінійної поведінки просторових елементів машин і апаратів, викликаній зміщеннями окремих ділянок даних об'єктів як жорсткого цілого, але і фізично нелінійної природи матеріалів конструкцій, обумовленої виникненням зон пластичних деформацій в вершинах тріщин, втомного, температурного, корозійного і радіаційного окрихчування матеріалу, а також цілою низкою інших факторів, що незмінно виникають в процесі експлуатації машин і апаратів будь-яких видів виробництв.

Так, Nam-Su Huh в роботі [198] описує схему складання рівнянь для оцінки J-інтегралу і переміщення при розкритті тріщини в трубопроводах під внутрішнім тиском і в умовах спільного згину і внутрішнього тиску, використовуючи результати тривимірного скінчено-елементного розрахунку з введенням пружних і пластичних функцій впливу.

Z.Sanal в роботі [199] досліджував практичні питання застосування методу скінчених елементів для розрахунку оболонок з геометричною і фізичною нелінійностями. Як один з прикладів розглянуто задачу втрати стійкості труби овального поперечного перерізу під дією зовнішнього тиску.

Задача розв'язана як з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності, так і з урахуванням тільки однієї фізичної нелінійності. Показано, що в даному випадку урахування геометричної нелінійності є обов'язковим.

J.R.Beisheim в статті [200], присвяченій дослідженню вузла з'єднання лопаток з диском типу "ластівчин хвіст" відзначає низку труднощів, пов'язаних з великими градієнтами напружень і нелінійністю в місці контакту, для подолання яких в тривимірних розрахунках методом скінчених елементів автором запропонована бікубічна апроксимація переміщень в підмоделі граничних умов у вузькій зоні максимуму напружень.

1.4. Висновки і постановка задачі досліджень

Резюмуючи результати приведеного вище огляду літературних джерел з даної тематики, можна зробити висновок, що існуючі методи розрахункового моделювання процесів нелінійного деформування і руйнування орієнтовані, в основному, на дослідження окремих видів експериментальних зразків, пластин і циліндричних оболонок, що знаходяться під дією розтягуючого навантаження, прикладеного перпендикулярно площини тріщини. Їх реалізація стосовно визначення міцності і несучої здатності реальних просторових об'єктів промислового призначення в умовах складного напруженого стану розвинена недостатньо повно. Це пояснюється складністю поставленої задачі, обумовленою необхідністю детального опису геометрії, граничних умов конструкції, локальних ефектів напружено-деформованого стану, які зумовлюють зародження і подальше поширення зон нелінійної роботи і руйнування матеріалів конструкції.

Слід підкреслити, що число публікацій по дослідженню великих переміщень підкріплених конструкцій в просторовому випадку дуже обмежене, а публікації, присвячені чисельному моделюванню втомного просування тріщин з урахуванням всіх факторів нелінійності, практично повністю відсутні.

Вирішені лише окремі задачі деформування просторових і тонкостінних конструкцій, тоді як найбільш поширені машини і апарати хімічних виробництв

є поєднанням габаритних тонкостінних елементів (корпусні елементи з тепло- і гідроізоляційним покриттями, поверхневим зміцненням, шари хімічного і антикорозійного захисту і так далі) і масивних тривимірних елементів і вузлів (ребра жорсткості, обичайки, бандажі, шпангоути і так далі), вихід з ладу яких ще більш посилює проблему достовірного визначення напружено-деформованого стану об'єкту. При цьому конструкція може зазнавати значних переміщень, що диктує настійну необхідність використання для вирішення таких задач геометрично нелінійних співвідношень механіки деформованого твердого тіла.

Таким чином, з вищесказаного витікає актуальність постановки питання дослідження напружено-деформованого стану просторових конструкцій складної геометричної форми з урахуванням геометричної нелінійності, а важливість його при вирішенні задач міцності не викликає сумнівів.

Основні задачі досліджень, що проводяться в рамках цієї роботи:

- дослідження загального напружено-деформованого стану тонкостінних елементів обладнання хімічної промисловості. Рішення поставленої задачі доцільно проводити із застосуванням уточнених моделей деформування оболонок, в тому числі і багатошарових, а саме - ітераційно-аналітичною теорією оболонок;

- дослідження напружено-деформованого стану масивних елементів обладнання, що знаходяться в умовах складного напруженого стану, з використанням рівнянь тривимірної механіки деформованого твердого тіла, і подальший аналіз впливу НДС тів на загальний напружено-деформований стан об'єкту в цілому;

- створення і чисельна реалізація ефективних алгоритмів моделювання циклічного розвитку тріщин відриву і розшарування в багатошарових елементах конструкцій, а також моделювання проходження даних тріщин крізь масивні елементи. Аналіз впливу факторів руйнування підкріплюючих елементів на загальний напружено-деформований стан об'єктів і НДС безпосередньо в вершинах тріщин, що розвиваються.

Для проведення чисельних досліджень методи і алгоритми розрахунку будуть реалізовані у вигляді автоматизованого розрахункового комплексу наукової спрямованості з присутністю в нім сучасних методів обробки, аналізу і візуалізації результатів розрахунків. Розрахунковий комплекс повинен мати можливості, властиві сучасним науковим програмам: візуалізація розрахункової схеми на різних етапах її побудови; діагностика помилок; використання різних систем одиниць вимірювань; наявність декількох варіантів візуалізації початкових даних і результатів розрахунків нелінійної задачі на будь-якому кроці розвитку тріщини.

Обґрунтування достовірності отриманих рішень буде проведено шляхом дослідження збіжності і порівнянням з відомими аналітичними і чисельними рішеннями, а також експериментальними даними. Можливості і ефективність розроблених алгоритмів будуть випробувані при дослідженні найбільш поширених об'єктів хімічної промисловості.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРІЩИН В ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЯХ

2.1. Передумови створення методу дискретно-віртуального просування тріщин

При вирішенні задач механіки руйнування із застосуванням методу скінчених елементів першочерговим стає питання про спосіб опису такої фізичної і геометричної особливості даного об'єкту, як зона руйнування.

На сьогодні існують два основні підходи до вирішення поставленої задачі. Перший з них, такий, що дістав назву феноменологічного підходу, зводиться до варіювання фізико-механічними параметрами одного або групи скінчених елементів, що містять в собі зону руйнування. Для цього, як правило, використовуються спеціальні скінчені елементи, що не сприймають напруження відриву, нормальні до площини руйнування, але враховують стискаючі і дотичні до площини руйнування напруження. Очевидною перевагою цього підходу є простота побудови дискретної скінчено-елементної моделі, при якій розбиття досліджуваної конструкції на скінчені елементи проводиться виходячи з її загальних геометричних параметрів і початкових фізико-механічних характеристик матеріалів конструкції.

Проте використання феноменологічного підходу для вирішення конкретних задач механіки руйнування реальних просторових конструкцій пов'язане з цілим рядом труднощів, часом навіть нездоланих. В першу чергу це пов'язано з необхідністю коректного опису сингулярного характеру розподілу напружень і деформацій в області вершини тріщини. Ця проблема може бути розв'язана шляхом введення в розрахункову схему спеціальних скінчених елементів вищого ступеня апроксимації, але це, в свою чергу, призводить до істотного збільшення порядку системи рівнянь, і, як наслідок, загальному часу вирішення задачі.

Другим важливим моментом є складність відшукування відповідних

функцій опису переміщень залежно від характеру руйнування, що протікає всередині даного скінченного елементу. Можливість вирішення задачі по просуванню руйнування під дією циклічного навантаження має на увазі наявність відомих співвідношень між значенням шуканої функції і кількістю циклів навантаження (dF/dN - кривих), однак відповідних експериментальних даних на сьогодні не існує.

Іншим підходом до опису особливостей типу зон руйнування, що кардинально відрізняється від феноменологічного, є представлення тріщини або зони розшарування у вигляді повноцінної геометричної особливості, подібно до того, як при побудові скінчено-елементної моделі здійснюється опис отворів, пазів шпон і так далі. Цей підхід дозволяє природним чином повторювати траєкторії розповсюдження тріщин на усіх етапах їх розвитку, проводити адаптивне згущування сітки скінчених елементів в зонах концентрації напружень (вершинах тріщин), і, таким чином, в більшості випадків уникати введення спеціальних скінчених елементів в досліджувану скінчено-елементну модель.

Цей підхід набув широкого поширення серед учених і інженерів, що займаються рішенням задач механіки руйнування. Узагальнення досвіду численних досліджень і чисельних експериментів дозволило виробити загальні рекомендації до побудови скінчено-елементних сіток, які адекватно описують напружено-деформований стан фронту руйнування. Як відзначалося в роботах [201], оптимальним з точки зору оцінки параметрів просування тріщини є ортогональне відносно твірної фронту руйнування розташування скінчених елементів, які безпосередньо до нього примикають (рис. 2.1).

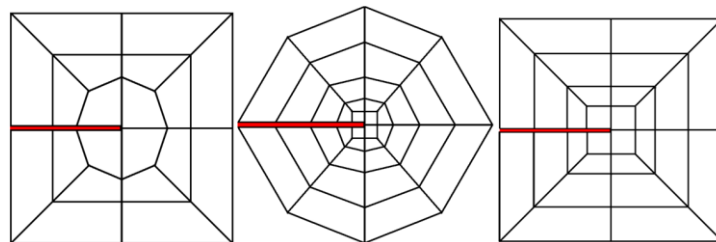


Рисунок 2.1 - Приклади побудови сітки скінчених елементів довкола вершини тріщини в пластині [201]

При цьому скінчені елементи мають бути достатнього порядку малості, щоб коректно описувати як правило істотно криволінійний фронт руйнування. Саме на цьому алгоритмі побудована робота більшості сучасних систем автоматизованої побудови скінчено-елементних сіток (Рис. 2.2).

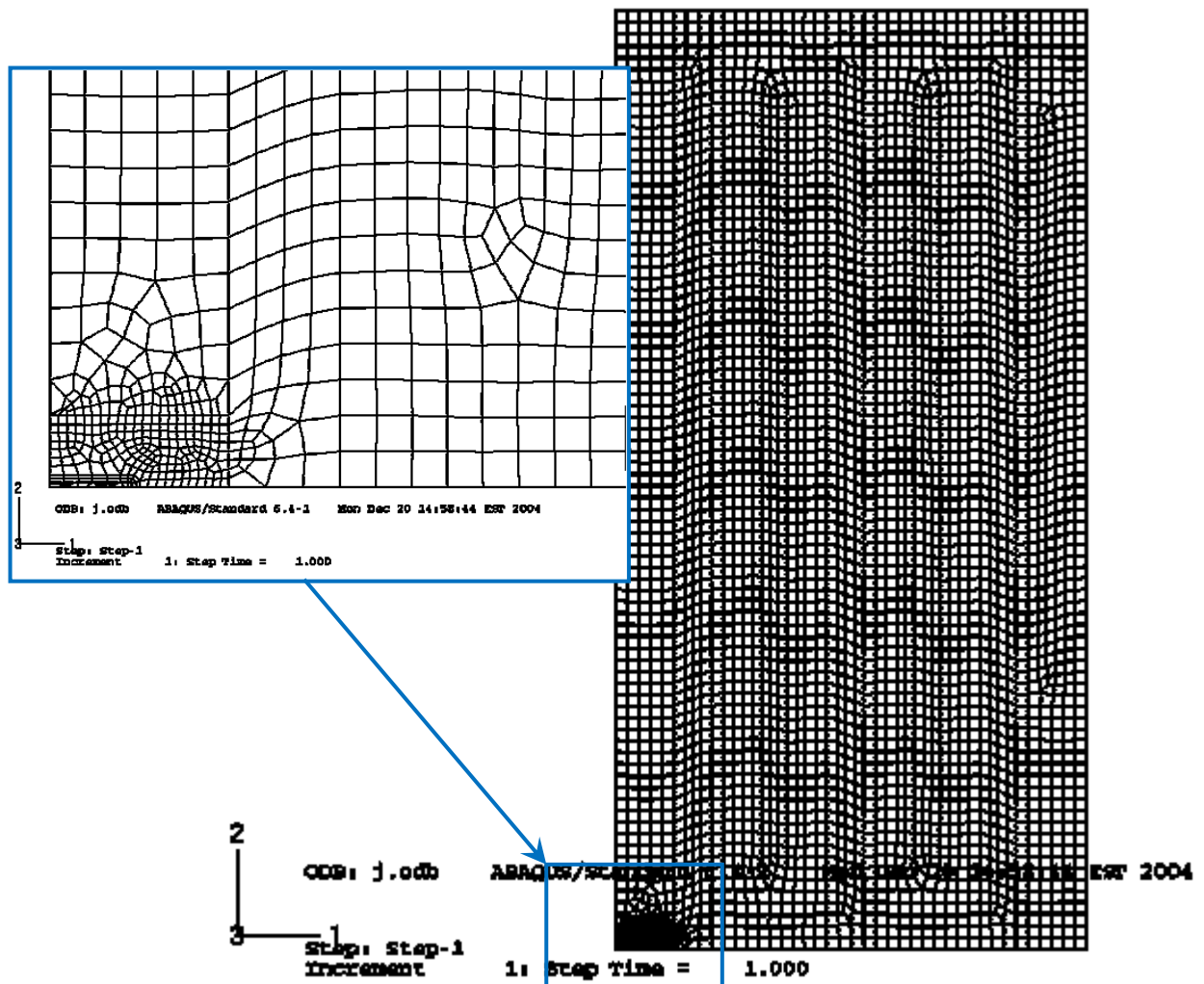


Рисунок 2.2 - Приклад автоматизованої побудови системою ABAQUS скінчено-елементної моделі багатошарової панелі з малою початковою зоною розшарування [265]

При всіх незаперечних перевагах цього підходу, очевидним є і низка його суттєвих недоліків. По-перше, навіть для конструкцій простої геометричної форми (наприклад, плоскі панелі) щільність автоматично згенерованої сітки скінчених елементів настільки висока, що рішення системи нелінійних рівнянь є достатньо трудомістким обчислювальним завданням навіть для ЕОМ сучасного рівня розвитку і може обчислюватися годинами, а у ряді випадків

навіть цілодобово. Окрім цього, автоматизована побудова адаптивної скінчено-елементної сітки сама по собі є достатньо складною з алгоритмічної і обчислювальної точок зору процесом, час виконання якого інколи перевищує час, що витрачається на рішення отриманої системи рівнянь. Враховуючи той факт, що переформовування скінчено-елементної сітки (зрозуміло, з подальшим рішенням нової системи рівнянь) необхідно проводити на кожному етапі просування зони руйнування, стає очевидною достатньо висока "вартість" проведення подібних чисельних досліджень.

Іншим суттєвим недоліком цього підходу є практична складність, а у ряді випадків і неможливість, автоматизованої побудови ортогональної сітки скінчених елементів при наближенні області руйнування до інших геометричних особливостей даної конструкції, таким як отвори, пази, підкріплюючі елементи, або інші зони руйнування.

Описана проблема є особливо актуальною при спробі генерації ортогональних сіток скінчених елементів для зон розшарування в багатошарових пакетах. Різні фізико-механічні параметри окремих металевих шарів пакету, різний рівень напружень і деформацій в них обумовлюють суттєву різницю швидкостей розвитку тріщин в них, і, як наслідок, різну форму і швидкості розвитку зон розшарування в міжшарових заповнювачах (рис. 2.3).

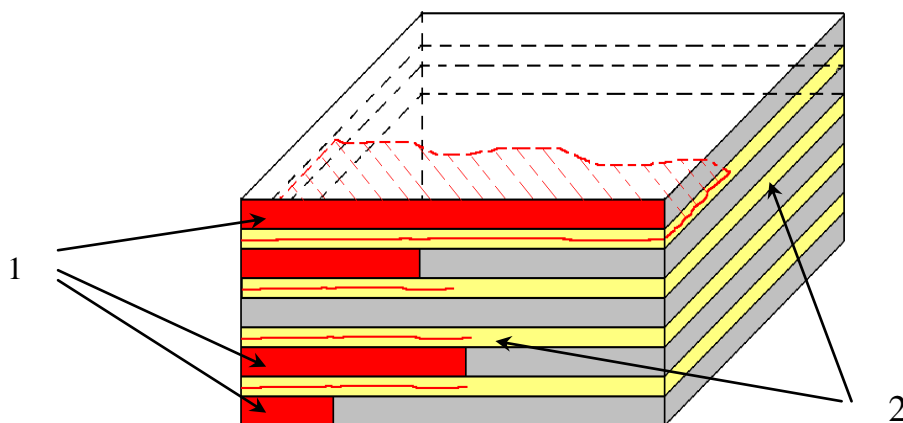


Рисунок 2.3 - Основні види руйнування багатошарових пакетів: 1 – магістральні тріщини; 2 – розшарування

Процес виникнення і розповсюдження зон розшарувань представляє

великий інтерес при дослідженні міцності багат шарових структур, оскільки розшарування - одна з основних причин виходу з ладу багат шарових конструкцій. Це пояснює ту кількість публікацій, які з'явилися останніми роками переважно в зарубіжних виданнях. Більшість авторів, досліджуючи задачу визначення напружено-деформованого стану по фронту розшарування тестових прямокутних панелей, роблять наголос на використанні саме ортогонально-орієнтованих скінчено-елементних сіток.

Побудова ортогонально-орієнтованих до фронту розшарування сіток з успіхом реалізується в разі, коли положення фронту фіксоване, і тенденція його розповсюдження має самоподібний характер. Так, в роботі Jih і Sun [202] досліджувалося просування з постійною швидкістю самоподібного фронту розшарування в плоскій постановці. Зростання розшарування в подвійній консольній балці досліджувалося в роботах Tsai, Guo, Sun [203], Fleming [204], Roudolff, Ousset [205]. Проте, всі вищезгадані дослідження були проведені ґрунтуючись на припущенні, що фронт розшарування залишається прямим і перпендикулярним осі балки на всьому протязі свого зростання. Дослідження зростання розшарування в плоскій прямокутній пластині з початковим фронтом розшарування у вигляді кола описані в роботах [206-209]. Усіма авторами використовувалися ортогональні сітки скінчених елементів, грані яких паралельні або ортогональні початковому фронту розшарування, а напрям зростання фронту розшарування встановлювався нормальним по відношенню до початкового фронту. Таке припущення про нормальний напрям зростання справедливо тільки при визначенні початкових параметрів зростання зони розшарування, оскільки безпосередньо після цього навіть мала відмінність величини енергії, що вивільняється, в одному з вузлів призводить до перерозподілу енергії в інших вузлах і, як наслідок, відмінності форми фронту від наперед заданого. Більше того, в більшості практичних випадків, зростання розшарування перестає бути самоподібним внаслідок нерівномірного розподілу енергії пружної деформації по фронту. Приміром, спочатку прямий фронт розшарування не залишається повністю прямим навіть для тестового зразка у

вигляді двошарової консольної балки, а спочатку круглий фронт розшарування має тенденцію до переродження в еліптичний під дією двоосного стискаючого навантаження. А розшарування від дії ударних навантажень, як правило, не має гладко обкресленого фронту ні при своєму зародженні, ні при подальшому зростанні. Таким чином, зростання розшарування не є самоподібним, і з практичної точки зору створювати нову ортогонально-орієнтовану скінчено-елементну сітку для новоутвореного фронту розшарування немає сенсу.

Тим більш проблематично виконувати цю процедуру для багатошарових пакетів з двома і більше шарами міжшарового заповнювача. Основна складність в цьому випадку полягає в неможливості узгодження між собою ортогональних сіток по фронтах численних зон розшарувань, що знаходяться одна над іншою по товщині пакету шарів і, як правило, пересічних в плані, як того вимагає умова сумісності переміщень по гранях скінчених елементів. Окрім цього, необхідно також забезпечити сумісність сіток зон розшарування з сітками, що описують зони навколо вершин тріщин. Чим більша кількість шарів в пакеті, тим більш складним стає поставлена задача, рішення якої в автоматизованому режимі призводить до складання системи невиправдано великої кількості рівнянь, а дискретизація досліджуваного зразка в ручному режимі - довгий і трудомісткий процес, особливо коли йдеться про рішення задачі по циклічному просуванню втомних тріщин або визначенню залишкової міцності конструкції.

Цей розділ дисертації присвячений розробці нового ефективного методу урахування зон розшарування і моделювання їх подальшого просування для довільно орієнтованої сітки скінчених елементів.

2.2. Основні співвідношення методу дискретно-віртуального просування фронту розшарування

Необхідність створення нового методу врахування фронтів розшарування на регулярних сітках виникла через неможливість в ряді практичних випадків генерування адаптивних ортогонально-орієнтованих скінчено-елементних

сіток. У літературі описані спроби дослідження зон розшарування на прямокутних сітках, при цьому гладкий криволінійний фронт розшарування зводиться до кусочно-ламаного, такого, що проходить по гранях скінчених елементів.

Такий підхід до опису зон розшарування, коли з розгляду "виключаються" елементи, що потрапили всередину зони розшарування або на її межу, дозволяє отримувати досить грубу оцінку впливу величини зони розшарування на загальний напружено-деформований стан панелі. Оцінка виходить тим більше грубою, чим більша площа скінченого елемента по відношенню до загальної площі зони розшарування, а згущування сітки призводить до суттєвого збільшення загальної кількості невідомих. Застосування методу локального згущування сітки в області вершини тріщини, широко і успішно вживаний для побудови скінчено-елементної сітки навколо вершини тріщин, не призводить до помітного зменшення кількості вузлів, оскільки, на відміну від вершини тріщини, фронт розшарування має набагато більшу протяжність і на фінальних стадіях свого розвитку може охоплювати велику частину конструкції.

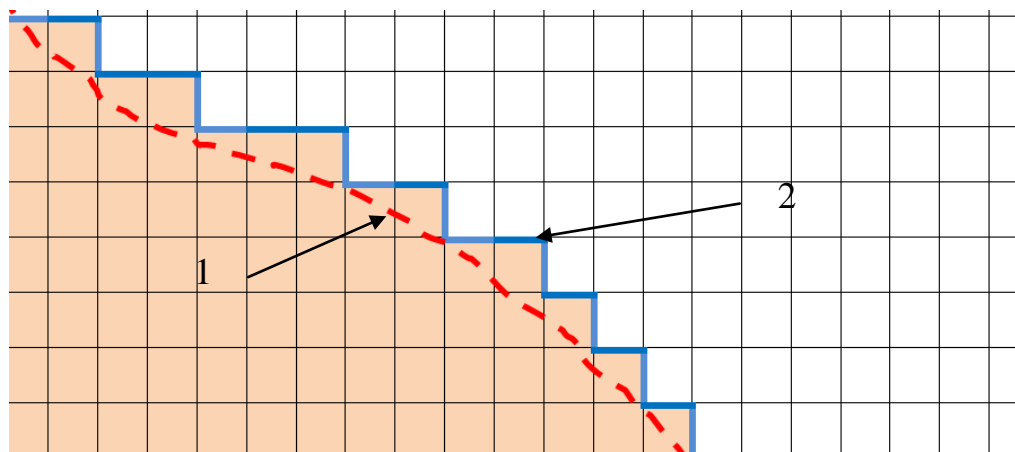


Рис. 2.4. Скінчено-елементна дискретизація фронту розшарування: 1 – початковий фронт розшарування; 2 – дискретний фронт розшарування

З робіт, присвячених такому способу опису фронтів розшарування, особливо слід виділити роботи D.Xie, S.B.Biggers Jr. [210] і Orifici [211]. Xie і Biggers при визначенні величини енергії, що вивільняється, вводять поправочні

коефіцієнти, які визначаються місцевою миттєвою системою координат у вузлі, що лежить на фронті розшарування, призначаючи таким чином вектор напрямку просування фронту (рис. 2.5).

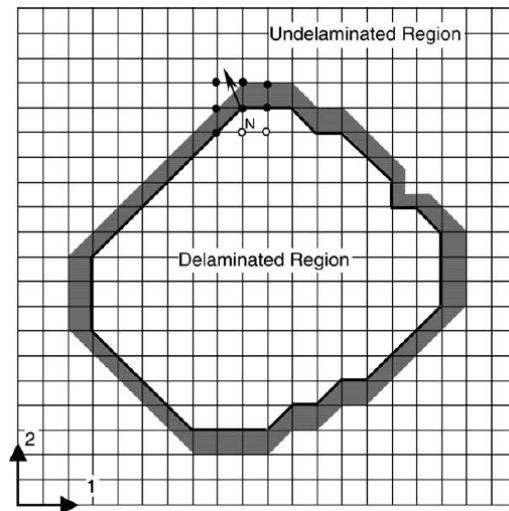


Рисунок 2.5 - Визначення місцевої миттєвої системи координат у вузлі, що лежить на фронті розшарування [210]

Основним суттєвим недоліком описаних моделей є та обставина, що дійсний початковий фронт розшарування зводиться до дискретного розрахункового, і подальший розвиток зони розшарування відбувається, відштовхуючись від цього спотвореного лінійно-шматкового фронту. Очевидно, що при подальшому просуванні зони розшарування отримана похибка наростатиме, призводячи до спотворення істинної картини руйнування і суттєвим чином позначаючись на достовірності отриманих результатів. Усунення цього ефекту можливе тільки шляхом згущування скінчено-елементної сітки, що, в свою чергу, ставить під сумнів доцільність застосування самого методу.

Запропонований в даній роботі метод дискретно-віртуального просування (МДВП) фронту розшарування дозволяє ефективно моделювати не лише еволюційні процеси поширення зон розшарувань в міжшарових заповнювачах, але і також розповсюдження магістральних тріщин в металевих шарах.

Як і вищеописані методики, МДВП заснований на представленні дійсного

фронту розшарування у вигляді його дискретного скінчено-елементного аналога (рис. 2.6).

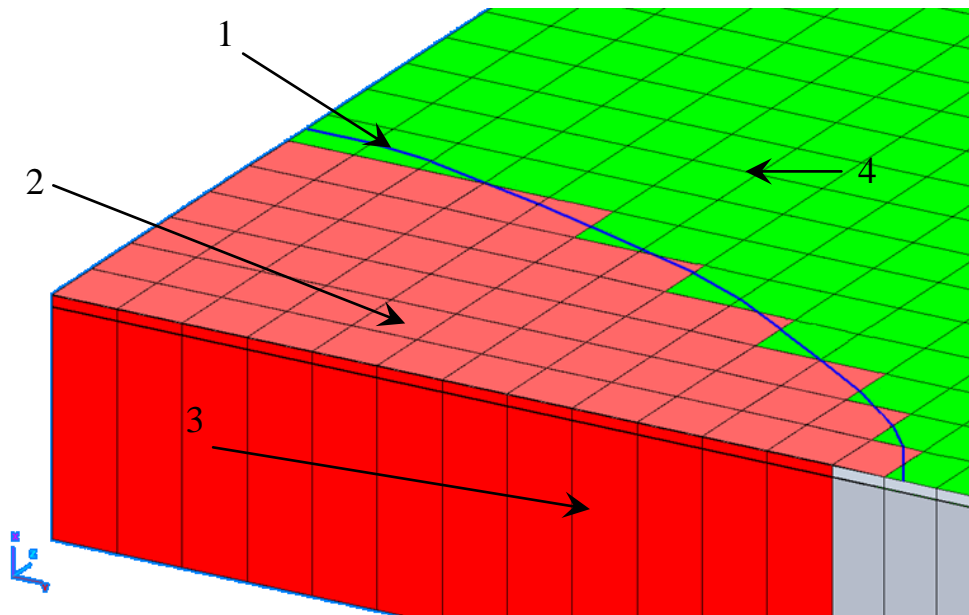


Рисунок 2.6 - Скінчено-елементна дискретизація конструкції з урахуванням магістральних тріщин і зон розшарування по МДВП: 1 – початковий фронт розшарування; 2 – дискретна модель зони розшарування; 3 – магістральна тріщина; 4 – міжшаровий заповнювач

На відміну від методик De Xie і Orifici, дискретний фронт розшарування призначається не з умови попадання скінченого елемента всередину дійсної зони розшарування або на її фронт, а визначається виходячи із співвідношення площ частин скінченого елемента, що потрапили всередину дійсної зони розшарування і знаходяться поза нею (рис. 2.7).

В цьому випадку, умова, згідно з якою скінчений елемент належить дискретному фронту розшарування, формулюється таким чином:

$$A_1^i \geq A_2^i, \quad (2.1)$$

де A_1^i – площа i -го скінченого елемента, що потрапила всередину дійсної зони розшарування, A_2^i – площа i -го скінченого елемента, що знаходиться поза дійсною зоною розшарування.

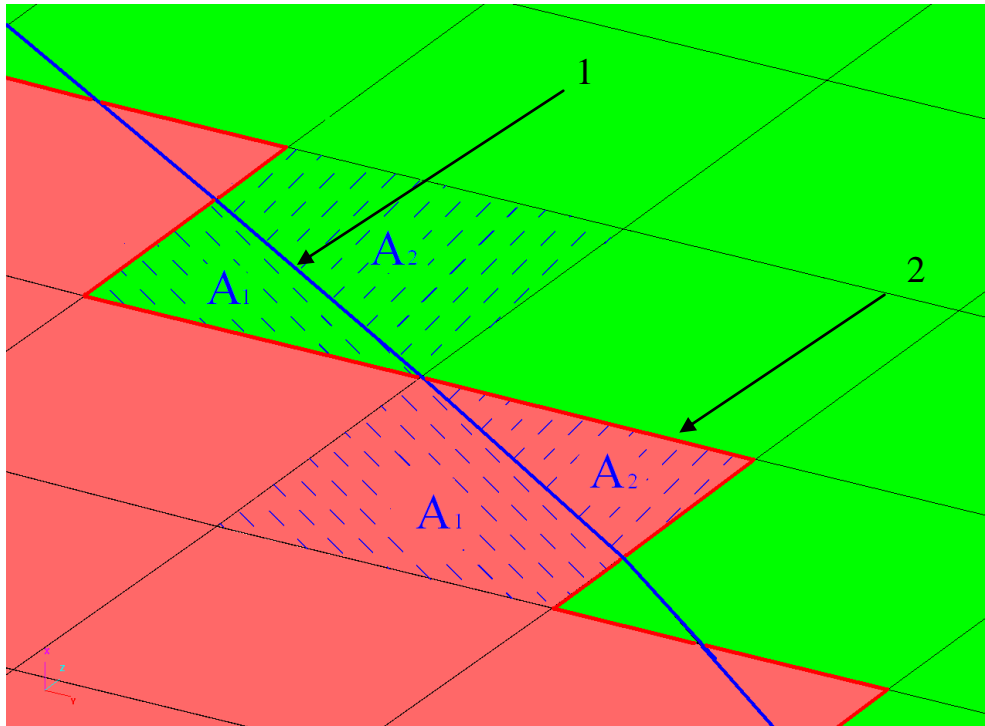


Рисунок 2.7 - Умова належності скінченного елемента дискретному фронту розшарування по МДВП: 1 – початковий фронт розшарування; 2 – дискретний фронт розшарування

Застосування цього критерію при побудові дискретного фронту розшарування дозволяє набагато точніше з енергетичної точки зору описувати дійсну зону розшарування, оскільки загальна площа дискретної зони розшарування відрізнятиметься від площі дійсної зони розшарування не більше ніж на половину площі скінченного елемента, незалежно від розміру зони розшарування, її протяжності відносно габаритів конструкції і кількості скінчених елементів, що потрапили в неї.

Для подальшого розгляду суті методу дискретно-віртуального просування фронту розшарування необхідно дати визначення "віртуального" фронту розшарування. При моделюванні процесу розповсюдження зон розшарування на підставі дискретного скінчено-елементного фронту очевидним є спотворення форми самого фронту, яке являється тим більшим, чим більше розмір скінчених елементів. Суттєвий градієнт величин енергії, що вивільняється, у вузлах фронту призводить до того, що визначені по них значення приростів площ по довжині фронту відрізняються між собою в

десятки і сотні разів, і відносно малі в порівнянні з розміром елементу прирости площ можуть просто "проковтнутися", не знаходячи свого віддзеркалення на новоутвореному дискретному фронті. Таким чином, розвиток фронту розшарування відбувається тільки на ділянках з максимальним значенням енергії, яка вивільняється, що, по-перше, суперечить теорії докритичного повільного зростання тріщини, а по-друге, фактично стримує зростання розшарування на цій ділянці фронту і призводить до перерозподілу компонент загального напружено-деформованого стану конструкції, спотворюючи еволюційну картину поширення зон руйнувань.

Для усунення описаних ефектів в даній роботі пропонується використання "віртуального" фронту розшарування, побудованого на огинаючій векторів приростів фронту, отриманих за результатами вирішення поточного кроку сценарію руйнування. На початковому етапі вирішення задачі по моделюванню процесу зростання розшарування, віртуальним фронтом розшарування є дійсний фронт початкової зони розшарування.

Процедура застосування МДВП алгоритмізована і складається з наступного набору операцій:

1. Проеціювання віртуального фронту розшарування на відповідну скінчено-елементну область конструкції відповідно до правила, описаного співвідношенням (2.1);
2. Побудова дискретного скінчено-елементного фронту;
3. Повторення операцій пп. 1 і 2 для кожного шару багатошарового пакету, в якому розглядається розшарування;
4. Вирішення системи рівнянь рівноваги і визначення величин енергії, що вивільняється, в кожному з вузлів кожного фронту розшарування;
5. Визначення величин векторів приростів площ розшарування в кожному з вузлів фронтів розшарувань;
6. Побудова нових віртуальних фронтів розшарування;
7. Перевірка умови цілісності конструкції і повторення процедури.

Визначення величини питомої енергії, необхідної для просування

розшарування на одиницю площі, здійснюється на основі співвідношень методу віртуального закриття тріщини [212]. При цьому, для коректного урахування "штучних" зламів, обумовлених дискретним представленням дійсного фронту, використовуються наступні співвідношення:

$$\left\{ \begin{aligned} G_i^p &= -\frac{1}{2s^p} R_i^p \Delta U_i^p \text{ (для всіх, окрім зовнішніх кутових точок)} \end{aligned} \right. \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} G_i^p &= G_i^{p-1} + (G_i^{p+1} - G_i^{p-1}) \frac{a_{p-1}}{a_{p+1} + a_{p-1}} \text{ (для зовнішніх кутових точок)} \end{aligned} \right. \quad (2.3)$$

$$G^p = \sum_{i=1}^3 G_i^p, \quad (2.4)$$

де G_i^p - величина питомої енергії, необхідної для просування p -го вузла розшарування на одиницю площі в i -му напрямку;

R_i^p - реакція в p -му вузлі по i -му напрямку;

ΔU_i^p - розкриття берегів фронту розшарування поблизу p -го вузла по i -му напрямку;

s^p - новоутворена площа розшарування навколо p -го вузла;

a_{p-1} - відстань між p -м та $p-1$ -м вузлами;

a_{p+1} - відстань між p -м та $p+1$ -м вузлами.

Основною відмітною особливістю МДВП є те, що вектор приростів площі розшарування прикладається не до вузла дискретного фронту розшарування, як це реалізовано у De Xie і Biggers, а в напрямі нормалі до відповідної точки віртуального фронту, формуючи, таким чином, новоутворений віртуальний фронт розшарування (рис. 2.8). Цей підхід дозволяє повністю враховувати всю історію розвитку фронту розшарування, накопичуючи навіть самі незначні прирости площі розшарування, і адекватно коригувати відповідну йому дискретну модель на кожному етапі просування зони.

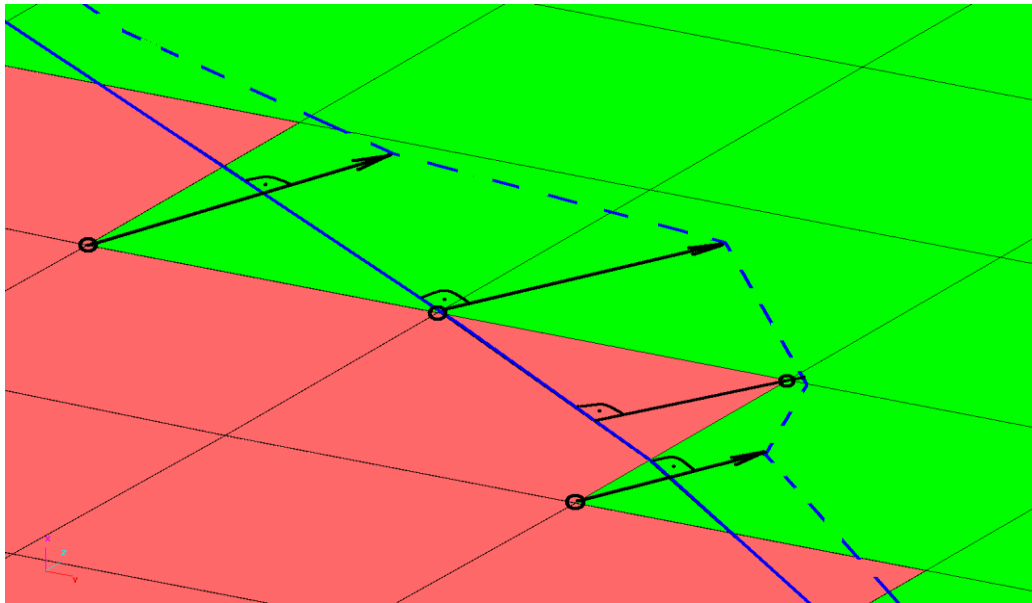


Рисунок 2.8 - Визначення напрямку подальшого просування фронту розшарування

По мірі зростання віртуального фронту розшарування, в дискретний фронт включатимуться все нові і нові елементи. (рис. 2.9).

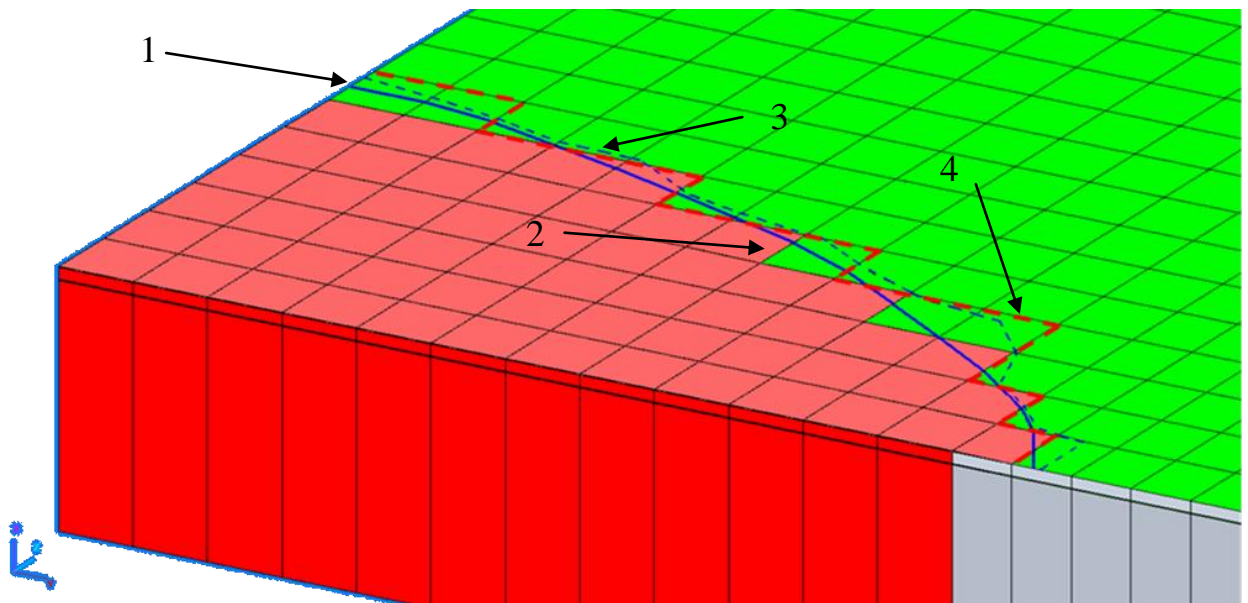


Рисунок 2.9 - Просування віртуального фронту розшарування: 1 – поточний віртуальний фронт розшарування; 2 – поточний дискретний фронт розшарування; 3 – новоутворений віртуальний фронт розшарування; 4 – новоутворений дискретний фронт розшарування

Окрім цього, використання віртуального фронту розшарування, не прив'язаного до скінчено-елементної моделі, дозволяє зберігати істинну

конфігурацію зони розшарування при неминучому періодичному згущуванні-розрядженні скінчено-елементної сітки, спричинених зміною положення і конфігурації інших зон руйнування конструкції (тріщин і розшарувань).

Слід підкреслити, що безумовною перевагою запропонованого в цій роботі методу є його універсалізація щодо використання будь-яких чисельних методів досліджень, які засновані на дискретному представленні континуальних середовищ (МСЕ, метод граничних елементів та ін.).

Об'єкти хімічного машинобудування, що розглядаються в дисертації, в більшості випадків є поєднанням тонкостінних багатошарових (корпусні елементи з тепло- і гідроізоляційним покриттями, поверхневим зміцненням, шари хімічного і антикорозійного захисту і так далі) і масивних тривимірних елементів і вузлів (ребра жорсткості, обичайки, бандажі, шпангоути і так далі). Коректне вирішення подібного роду задач неможливе лише на основі оболонкових теорій, або лише на основі тривимірної механіки деформованого твердого тіла. Найбільш ефективним методом визначення напружено-деформованого стану таких об'єктів з урахуванням усіх особливостей їх просторової будови, умов роботи і прогресуючого тріщиноутворення є використання комбінованого підходу з точки зору рівнянь тривимірної механіки деформованого твердого тіла, а також уточнених теорій оболонок.

В зв'язку з цим, для дослідження напружено-деформованого стану багатошарових елементів конструкцій в роботі використовуються основні співвідношення ітераційно-аналітичної теорії оболонок (ІАТО), що дозволяють детально описувати НДС тонких, середньої товщини і товстостінних конструкцій [2]. При цьому для опису роботи тривимірних елементів використовуються рівняння тривимірної механіки деформованого твердого тіла.

2.3. Основні співвідношення механіки деформованого твердого тіла

Введемо в розгляд дві криволінійні системи координат: базисну

$(z^{1'}, z^{2'}, z^{3'})$ і місцеву (x^1, x^2, x^3) . Початок базисної системи поєднаємо з нерухомою точкою простору O . Місцеву систему виберемо із зручності опису геометрії (рис. 2.10). Положення довільної точки K конструкції можна однозначно визначити радіус-вектором \vec{r} :

$$\vec{r} = \vec{r}(z^{1'}, z^{2'}, z^{3'}) = \vec{r}(x^1, x^2, x^3).$$

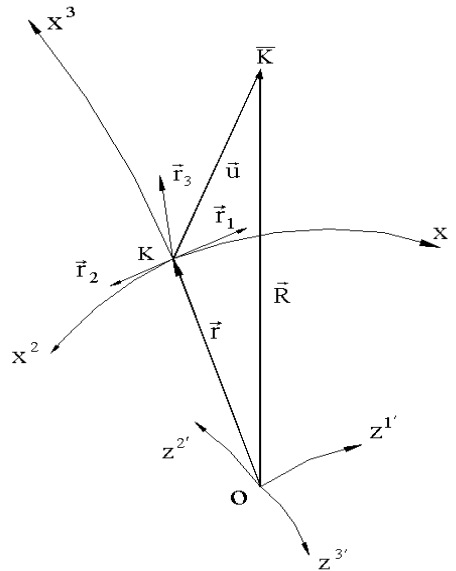


Рисунок 2.10 - Базисна $(z^{i'})$ і місцева (x^i) системи координат

Допускаючи можливість диференціювання \vec{r} , як мінімум, двічі, запишемо наступні відомі співвідношення для основного базису:

$$d\vec{r} = \vec{r}_i dx^i; \vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}; \quad (2.5)$$

$$d\vec{r} = \vec{r}_{i'} dz^{i'}; \vec{r}_{i'} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial z^{i'}}; \quad (2.6)$$

$$\vec{r}_i \vec{r}_k = g_{ik} = g_{ki}; \vec{r}_{i'} \vec{r}_{k'} = g_{i'k'} = g_{k'i'}; \quad (2.7)$$

де g_{ij} - коваріантні компоненти метричного тензора.

Після визначення взаємного базису як $\vec{r}_i \vec{r}^k = \delta_i^k$ або $\vec{r}_{i'} \vec{r}^{k'} = \delta_{i'}^{k'}$;

$$\delta_i^k = \begin{cases} 1 & \text{при } i = k \\ 0 & \text{при } i \neq k \end{cases}, \quad (2.8)$$

отримаємо контраваріантні компоненти метричного тензора:

$$\vec{r}^i \vec{r}^k = g^{ik} = g^{ki} \text{ або } \vec{r}^{i'} \vec{r}^{k'} = g^{i'k'} = g^{k'i'}. \quad (2.9)$$

Скалярним добутком векторів різних базисів визначимо тензор перетворення координат:

$$C_j^{i'} = \bar{r}^{i'} \bar{r}_j = \frac{\partial z^{i'}}{\partial x^j} = z_j^{i'}; C_i^j = \bar{r}^j \bar{r}_i = \frac{\partial x^j}{\partial z^{i'}} = x_i^j. \quad (2.10)$$

Квадрат довжини вектора $d\bar{r}$, заданого своїми коваріантними компонентами, знайдемо по формулах:

$$ds^2 = d\bar{r} \cdot d\bar{r} = \bar{r}_i \cdot \bar{r}_k dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (2.11)$$

Після деформації тіла точка К займе нове положення K , таке, що:

$$\bar{R} = \bar{r} + \bar{u}, \quad (2.12)$$

де \bar{u} - вектор переміщення точки в просторі;

\bar{R} - радіус-вектор точки К після деформації.

Компоненти метричного тензора деформованого тіла визначимо згідно з виразом:

$$G_{ij} = \bar{R}_i \bar{R}_j; \bar{R}_i = \frac{\partial R}{\partial x^i}. \quad (2.13)$$

Коваріантні компоненти тензора деформацій знайдемо з умови:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(G_{ij} - g_{ij}) = \frac{1}{2}(\nabla_j u_i + \nabla_i u_j),$$

$$e_{ij} = e_{ji}. \quad (2.14)$$

Нехай вектор переміщень $u_{k'}$, заданий в глобальній системі координат $\{z^{k'}\}$. В цьому випадку

$$u_i = C_i^{k'} u_{k'}, \quad (2.15)$$

а вираз (2.14) перетворимо таким чином:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(C_i^{k'} \tilde{\nabla}_j u_{k'} + C_j^{k'} \tilde{\nabla}_i u_{k'}), \quad (2.16)$$

де: $\tilde{\nabla}_j u_{k'} = u_{k',j} - \chi_{jk}^{p'} u_{p'}$,

$$\chi_{jk}^{p'} = C_j^{s'} \Gamma_{k's'}^{p'}.$$

$\Gamma_{k's'}^{p'}$ - символи Кристоффеля в глобальній системі координат $z^{i'}$, які

визначаються по формулі:

$$\Gamma_{k's'}^{p'} = C_f^{p'} C_k^t C_s^r \Gamma_{tr}^f + C_f^{p'} C_k^r C_{s'r}^f.$$

Для отримання системи диференціальних рівнянь рівноваги запишемо вираз для варіації функціонала потенційної енергії:

$$\delta\Pi = \delta W - \delta A = 0, \quad (2.17)$$

де δW - варіація роботи деформацій;

δA - варіація роботи зовнішніх сил;

$$W = \int_V \sigma^{ij} \nabla_j u_i dV; \quad A = \int_V f^i u_i dV \quad (2.18)$$

V - об'єм, який займає тіло;

f^i - вектор об'ємних сил;

u_i - вектор переміщень;

$i, j = 1, 3$.

Зв'язок між компонентами тензора напружень і тензора малих деформацій пружних тіл визначається за допомогою закону Дюгамеля-Неймана:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} (e_{kl} + e_{kl}^T), \quad (2.19)$$

де $e_{kl}^T = \alpha_{kl} \Delta T$ - температурні деформації;

α_{kl} - коефіцієнт лінійного температурного розширення;

ΔT - зміна температури;

C^{ijkl} - тензор пружних сталих.

Для ізотропного тіла тензор пружних сталих C^{ijkl} визначається через коефіцієнти Ляме μ і λ :

$$C^{ijkl} = \mu (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \lambda g^{ij} g^{kl}, \quad (2.20)$$

де величини μ і λ визначаються через технічні константи E і ν (модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона):

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}. \quad (2.21)$$

2.4. Основні співвідношення ітераційно-аналітичної теорії оболонок

Оцінка міцності і надійності складних комбінованих просторових структур, особливо багат шарових, з істотним градієнтом товщини шарів, на основі лише тривимірних співвідношень теорії пружності є достатньо складним і трудомістким завданням. Це пов'язано з можливістю появи чисельної нестійкості через погану обумовленість матриць жорсткості і диктує настійну необхідність залучення уточнених теорій оболонок і пластин.

При нелінійній деформації і руйнуванні оболонкових систем мають місце, окрім прогресуючого тріщиноутворення, поява розриву контакту шарів, зміна механічних характеристик матеріалів, що є наслідком накопичення мікроушкоджень, а також розвитком зон пластичності в районі вершин тріщин. Застосування класичної моделі і теорії С.П.Тимошенко при моделюванні цих процесів неприпустимо. Для цього необхідно використовувати досконаліші моделі, які дозволяють коректно описати вказані ефекти.

При побудові теорій оболонок центральним питанням постає вибір системи гіпотез приведення тривимірних рівнянь МДТТ до двовимірних співвідношень теорії оболонок. Достовірність результатів і можливість застосування розроблених алгоритмів безпосередньо залежать від вдалого вирішення цієї задачі.

Усім вищепереліченим вимогам повною мірою відповідає ітераційно-аналітична теорія оболонок (ІАТО), своєю появою і розвитком зобов'язана проф. О.В.Гондляху [2, 213-215].

ІАТО є уточненою моделлю деформації багат шарових оболонок, функції приведення в якій не формулюються гіпотетично, а визначаються на підставі спеціально розробленої ітераційної процедури, побудованої виходячи з умови мінімізації вектора нев'язки, який визначає ступінь задоволення отриманого рішення тривимірним рівнянням механіки деформованого твердого тіла.

ІАТО має цілу низку переваг, що вигідно відрізняють її від інших уточнених теорій оболонок і пластин, вживаних для дослідження еволюційних процесів руйнування і пов'язаних із зміною фізико-механічних параметрів

матеріалів конструкції. По-перше, порядок системи диференціальних рівнянь відносно узагальнених невідомих дорівнює шести (3 рівняння 2-го порядку) і не залежить від номера ітерації. По-друге, порядок системи рівнянь руху не залежить від кількості шарів пакету. По-третє, функція визначається виходячи з умови мінімізації функціонала повної потенційної енергії системи в рамках тривимірного оператора теорії пружності. Це забезпечує можливість мобільної зміни базису розкладання по товщині залежно від величини норми функції нев'язки, що зрештою призводить до фізично обґрунтованого визначення функцій приведення. При цьому стійка збіжність ітераційного процесу спостерігається не лише для областей з регулярними параметрами зміни компонент напруженого стану, але вже на перших ітераціях отримані результати якісно і кількісно близькі до їх тривимірних аналогів в разі аналізу НДС поблизу концентраторів напружень.

ІАТО добре зарекомендувала себе як універсальний апарат для дослідження різних задач механіки деформування і руйнування широкого спектру об'єктів не лише хімічного і енергетичного машинобудування, але також і в авіа, автомобіле- і суднобудівельних галузях.

Викладення основних співвідношень ІАТО доцільно розпочати з представлення компонент u_i вектора переміщень багатошарових елементів змінної товщини у вигляді:

$$u_i = \sum_{s=1}^s F_s^i(x^3) v_i^s(x^1, x^2), \quad (2.22)$$

де v_i^s - компоненти узагальненого вектора переміщень поверхні приведення $x^1 x^2$ елементу, визначені з рішення крайової задачі в рамках тривимірного оператора теорії пружності;

F_s^i - функції приведення.

Загальноприйнято, що u_i у формі (2.22) функції F_s^i вважаються відомими і визначаються у вигляді функціональних супроводів ступеневих або тригонометричних рядів. Такий підхід, як відзначалося вище, при моделюванні

процесів тріщиноутворення неминує призводити до необхідності утримання великої кількості членів розкладання ряду для детального опису зміни функції переміщень по товщині, а також до своєчасного розширення базису. При використанні методу гіпотез ситуація ще більш ускладнюється. Тому, математичні моделі процесів нелінійної деформації і руйнування тонкостінних систем, побудовані на основі методу розкладання в ряди, або основаних на концепції фіксованого базису приведення тривимірної задачі механіки деформованого твердого тіла до двовимірної задачі теорії оболонок, виявляються, як правило, не ефективними.

Необхідною умовою опису вектором (2.22) дійсного деформованого стану тонкостінної конструкції є виконання умови стаціонарності повної енергії системи, тобто необхідно знайти такі функції v_i^s і F_s^i , які б забезпечили виконання варіаційного принципу Лагранжа:

$$\delta(W - A) = \delta_{v_i^s}(W - A) + \delta_{F_s^i}(W - A) = 0 \quad (2.23)$$

тут позначення $\delta_{v_i^s}$ і $\delta_{F_s^i}$ означають, що варіювання функціонала виконується по v_i^s або F_s^i , відповідно (2.23) з урахуванням (2.22) перетворюємо до вигляду:

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_V A_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; \frac{\partial^2 v_i^s}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; \frac{d^2 F_s^i}{(dx^3)^2}; p_j^r \right) \delta v_j^r dV + \right. \\ & + \int_V B_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; \frac{\partial^2 v_i^s}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; \frac{d^2 F_s^i}{(dx^3)^2}; p_j^r \right) \delta F_r^j dV - \\ & - \int_S a_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; q_j^r \right) \delta v_r^j dS - \\ & \left. - \int_S b_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; q_j^r \right) \delta F_r^j dS \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

На основі (2.24) запишемо інтеграли для отримання системи рівнянь, враховуючи незалежність варіацій δv_j^r і δF_r^j :

$$\int_V A_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; \frac{\partial^2 v_i^s}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; \frac{d^2 F_s^i}{(dx^3)^2}; p_j^r \right) \delta v_j^r dV = 0; \quad (2.25)$$

$$\int_V B_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; \frac{\partial^2 v_i^s}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; \frac{d^2 F_s^i}{(dx^3)^2}; p_j^r \right) \delta F_r^j dV = 0;$$

Рівняння, що описують граничні умови:

$$\int_S a_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; q_j^r \right) \delta v_r^j dS = 0; \quad (2.26)$$

$$\int_S b_j^r \left(v_i^s; \frac{\partial v_i^s}{\partial x^\alpha}; F_s^i; \frac{dF_s^i}{dx^3}; q_j^r \right) \delta F_r^j dS = 0.$$

Відмітна особливість виразу (2.24) від відомих з літературних джерел полягає у визначенні не лише вектора узагальнених невідомих v_i^s , але також і фізично обґрунтованих функцій приведення F_s^i , незалежно від фізичних процесів, що протікають в матеріалі в будь-який момент часу.

Визначивши таким чином узагальнені невідомі v_i^s і функції приведення F_s^i системи диференціальних рівнянь (2.25), приходимо до безпосереднього тривимірному представлення вектора переміщень u_i на підставі формул (2.22), що тотожно задовольняє з будь-якою заданою точністю тривимірним рівнянням руху (2.23). Виконання цієї процедури прямими методами може виявитися проблематичним. В той же час, використання в даному випадку ітераційних методів, що полягають в послідовному уточненні компонент v_i^s , або функцій F_s^i , виходячи з умови мінімізації вектора нев'язки тривимірному оператора теорії пружності (2.23), дозволяє істотним чином спростити отримання шуканого рішення в зв'язку з тим, що система рівнянь (2.25) в цьому випадку представляється у вигляді двох підсистем:

1) - системи рівнянь руху:

$$C_j^{r(n-1)} \left(v_i^{s(n)}; \frac{\partial v_i^{s(n)}}{\partial x^\alpha}; \frac{\partial^2 v_i^{s(n)}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}; p_j^r \right) = 0 \quad (2.27)$$

з граничними умовами типу:

$$c_j^{r(n-1)} \left(v_i^{s(n)}; \frac{\partial v_i^{s(n)}}{\partial x^\alpha}; q_j^r \right) = 0 \quad (2.28)$$

і 2) - системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно функцій F_s^i в розумінні методу Крилова-Канторовича при функціях узагальнених переміщень, тобто:

$$D_j^{r(n-1)} \left(F_s^{i(n)}; \frac{dF_s^{i(n)}}{dx^3}; \frac{d^2 F_s^{i(n)}}{(dx^3)^2}; p_j^r \right) = 0 \quad (2.29)$$

з граничними умовами:

$$d_j^{r(n-1)} \left(F_s^{i(n)}; \frac{dF_s^{i(n)}}{dx^3}; q_j^r \right) = 0 \quad (2.30)$$

Коефіцієнти в рівняннях (2.28) і (2.29) є інтегральними характеристиками, залежними від компонент НДС, отриманого на n-1 ітерації, а саме:

$$\begin{aligned} C_j^{r(n-1)} &= C_j^{r(n-1)} \left\{ \int_h (F_s^{i(n-1)}; p_j^{r(n-1)}) dh \right\} \\ D_j^{r(n-1)} &= D_j^{r(n-1)} \left\{ \int_S (v_j^{r(n-1)}; p_j^{r(n-1)}) dS \right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Така методика вирішення основної системи рівнянь (2.25) суттєво спрощує рішення задачі, оскільки співвідношення (2.29) є системою звичайних диференціальних рівнянь, яка може бути легко вирішена відомими чисельними методами математичної фізики, а при відповідному угрупованні невідомих (що буде показано нижче) допускає також і аналітичне рішення.

Побудовані таким чином рішення, дозволяють ефективно уточнювати, на відміну від традиційних схем інтегрування рівнянь рівноваги по методу гіпотез, локальні ефекти деформації тонкостінних елементів в районах особливостей.

Ефективність запропонованої ітераційної схеми інтегрування тривимірних рівнянь механіки деформованого твердого тіла стосовно визначення напружено-деформованого стану багатошарових структур багато в чому залежить від вдалого рішення задачі про визначення функцій приведення. Трудомісткість цієї процедури визначається в основному чисельними

проблемами, які можуть виникнути при рішенні систем звичайних диференціальних рівнянь. В той же час можливість отримання замкнутих аналітичних рішень в даному випадку істотно підвищує ефективність пропонованого підходу. Методику визначення аналітичних рішень для обчислення функцій приведення F_i^n продемонструємо для задач статки багат шарових конструкцій. Представимо вектор переміщень \bar{u} у вигляді:

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^N F_n^i(x^3) v_i^n(x^1, x^2) \bar{e}^i; \quad (2.32)$$

де $v_i^n(x^1, x^2)$ - відомі координатні функції;
 $F_n^i(x^3)$ - шукані функції приведення.

На підставі вищевикладеного сформулюємо наступну варіаційну задачу: з усієї безлічі функцій $F_n^i(x^3)$ знайти такі, які б при заданих координатних функціях $v_i^n(x^1, x^2)$ забезпечили б стаціонарне значення функціонала повної потенційної енергії системи, визначеного в рамках співвідношень тривимірної задачі механіки деформованого твердого тіла, тобто:

$$\delta_{F_i^n} \{ (A\bar{u}, \bar{u}) - 2(\bar{u}, \bar{f}) \} = 0. \quad (2.33)$$

У (2.33), як і раніше, оператор A додатньо визначений і відповідає системі диференціальних рівнянь в частинних похідних лінійної крайової задачі механіки твердого деформованого тіла. В цьому випадку скалярний добуток $(A\bar{u}, \bar{u})$ визначається виразом для обчислення роботи пружної деформації:

$$(A\bar{u}, \bar{u}) = \frac{1}{2} \int_V \sigma^{ij} e_{ij} dV. \quad (2.34)$$

На основі (2.15), (2.17) вираз (2.34) перетворимо до вигляду:

$$(A\bar{u}, \bar{u}) = \frac{1}{2} \int_V c^{ijkl} e_{kl} e_{ij} dV = \frac{1}{2} \int_V c^{ijkl} \nabla_k u_l \nabla_j u_i dV. \quad (2.35)$$

Виконуючи процедуру варіювання (2.35) по u_i і використовуючи відомі формули інтегрування по частинах, а також співвідношення Остроградського-Гауса, приходимо до виразу для варіації функціонала потенційної енергії:

$$\begin{aligned}
\delta(W - A) &= \delta \left[\frac{1}{2} \int_V c^{ijkl} \nabla_k u_l \nabla_j u_i dV - \int_V p^i u_i dV \right] = \\
&= \int_V c^{ijkl} \nabla_k u_l (\delta u_{i,j} - \Gamma_{ij}^p \delta u_p) dV - \int_V p^i \delta u_i dV = \\
&= \int_V \left\{ [c^{ijkl} \nabla_k u_l \delta u_{i,j}] - [c^{ijkl} \nabla_k u_{l,j}] \delta u_i - c^{pjkl} \Gamma_{pj}^i \nabla_k u_l \delta u_i - p^i \delta u_i \right\} dV = \quad (2.36) \\
&= \int_S c^{ijkl} \nabla_k u_l \delta u_i \cos(\nu, x^j) dS - \int_V \left\{ [c^{ijkl} \nabla_k u_l] + c^{pjkl} \Gamma_{pj}^i \nabla_k u_l + p^i \right\} \delta u_i dV = \\
&= \int_S c^{ijkl} \nabla_k u_l \cos(\nu, x^j) \delta u_i dS - \int_V \{ c^{ijkl} u_{l,kj} - c^{ikl} u_{l,k} - c^{il} u_l + p^i \} \delta u_i dV,
\end{aligned}$$

де $c^{ikl} = c^{ikjp} \Gamma_{pj}^l - c^{pjkl} \Gamma_{pj}^i - c^{ijkl}$;

$$c^{il} = c^{ijkp} \Gamma_{pk,j}^l + c^{ijkp} \Gamma_{pk}^l + c^{pjkt} \Gamma_{pj}^i \Gamma_{tk}^p.$$

Виконуючи операцію варіювання (2.36) по F_i^n , отримаємо:

$$\begin{aligned}
\delta_{F_i^n} (W - A) &= \int_S c^{ijkl} \nabla_k \left\{ \sum_{n=1}^N F_l^n v_l^n \right\} \cos(\nu, x^j) \delta \left[\sum_{t=1}^N F_i^t v_i^t \right] dS - \\
&- \int_V \left\{ c^{ijkl} \left(\sum_{n=1}^N F_l^n v_{l,kj}^n \right) - c^{ikl} \left(\sum_{n=1}^N F_l^n v_{l,k}^n \right) - c^{il} \sum_{n=1}^N F_l^n v_l^n + p^i \right\} \delta \sum_{t=1}^N F_i^t v_i^t dV = \quad (2.37) \\
&= \sum_{n,t=1}^N \int_S [c^{ijkl} v_l^n F_{l,k}^n - (c^{ijkp} v_p^n \Gamma_{pk}^l - c^{ijkl} \nabla_k v_l^n) F_l^n] \cos(\nu, x^j) v_i^t \delta F_i^t dS - \\
&- \sum_{n,t=1}^N \int_V \{ c^{ijkl} v_l^n F_{l,kj}^n - c^{ikl} v_l^n F_{l,k}^n - [c^{il} v_l^n + c^{ikl} v_{l,k}^n - c^{ijkl} v_{l,kj}^n] F_l^n + p^i \} v_i^t \delta F_i^t dV.
\end{aligned}$$

Враховуючи те, що $F_l^n = F_l^n(x^3)$ і представляючи пакет у вигляді набору шарів в межах яких c_m^{ijkl} і Γ_{ij}^p не змінюються по товщині, вираз (2.37) представимо таким чином:

$$\begin{aligned}
\delta_{F_i^n} (W - A) &= \sum_{n,t=1}^N \{ G_m^{ilnt} F_{l,3}^{nm} - g_m^{ilnt} F_l^{nm} \} \delta F_i^t - \\
&- \sum_{n,t=1}^N \sum_{m=1}^M \int \{ c_m^{i33l} v_l^n F_{l,33}^{nm} - c_m^{i3l} v_l^n F_{l,3}^{nm} - \\
&- [c_m^{il} v_l^n + c_m^{i\alpha l} v_{l,\alpha}^n - c_m^{i\alpha\beta l} v_{l,\alpha\beta}^n] F_l^{nm} + p^i \} v_i^t \delta F_i^t dV = \quad (2.38) \\
&= \sum_{n,t=1}^N \{ G_m^{ilnt} F_{l,3}^{nm} - g_m^{ilnt} F_l^{nm} \} \delta F_i^t - \sum_{n,t=1}^N \sum_{m=1}^M \int \{ A_m^{ilnt} F_{l,33}^{nm} - \\
&- B_m^{ilnt} F_{l,3}^{nm} - D_m^{ijnt} F_l^{nm} + p^{it} \} \delta F_i^t dh_m,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{де: } G_m^{i\text{Int}} &= \int_S c_m^{ijkl} v_l^n v_i^t \cos(\delta, x^j) dS; \\
g_m^{i\text{Int}} &= \int_S \{ c_m^{ijkp} v_p^n \Gamma_{pk}^l - c_m^{ijkl} \nabla_k v_l^n \} v_i^t \cos(\delta, x^j) dS; \\
A_m^{i\text{Int}} &= \int_S c_m^{i33l} v_l^n v_i^t dS; \\
B_m^{i\text{Int}} &= \int_S c_m^{i3l} v_l^n v_i^t dS; \\
D_m^{i\text{Int}} &= \int_S \{ c_m^{il} v_l^n + c_m^{i\alpha l} v_{l,\alpha}^n - c_m^{i\alpha\beta l} v_{l,\alpha\beta}^n \} v_i^t dS; \\
p_m^{it} &= \int_S p_m^i v_i^t dS;
\end{aligned} \tag{2.39}$$

F_l^{nm} - функції приведення m-го шару пакету.

Виходячи з принципу стаціонарності потенційної енергії системи і в припущенні про незалежність варіацій δF_l^{nm} на основі (2.38) приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно F_l^{nm} :

$$A_m^{i\text{Int}} F_{l,33}^{nm} - B_m^{i\text{Int}} F_{l,3}^{nm} - D_m^{i\text{Int}} F_l^{nm} + p_m^{it} = 0 \tag{2.40}$$

і відповідній їй системі рівнянь для визначення граничних умов, а саме:

$$G_m^{i\text{Int}} F_{l,3}^{nm} - g_m^{i\text{Int}} F_l^{nm} = 0 \tag{2.41}$$

Таким чином на підставі рівнянь (2.40), (2.41) при заданому базисі V_i^n задача про мінімізацію функціонала повної потенційної енергії системи, визначеного в рамках співвідношень тривимірної механіки деформованого твердого тіла звелася до рішення системи звичайних диференціальних рівнянь відносно шуканих функцій F_l^{nm} , інтегрування якої може бути виконане відомими прямими методами математичної фізики. Проте, в зв'язку з тим, що шукані функції F_l^{nm} в системі рівнянь (2.40), як правило, для задач механіки оболонкових систем є слабо зв'язними, тобто урахування їх взаємовпливу позначається в основному кількісно, а не якісно, то достатньо ефективним слід визнати в даному випадку застосування ітераційних методів вирішення системи (2.40). Так, наприклад, представивши (2.40) в матричній формі:

$$[A_m^{i'n'}]\{F_i^{n'm}\} = \{f_m^{i'}\}, \quad (2.42)$$

де $[A_m^{i'n'}]$ - матриця, коефіцієнтами якої є диференціальні оператори типу:

$$a_m^{i'n'} = A_m^{i\ln t} \frac{\partial^2}{\partial x^{3^2}} - B_m^{i\ln t} \frac{\partial}{\partial x^3} - D_m^{i\ln t}, \quad (2.43)$$

у разі, якщо

$$i' = (i-1)t + t; \quad n' = (I-1)n + n; \quad i, l = 1, 3; \quad t, n = 1, N;$$

де $\{F_i^{n'm}\}$ - шукані функції приведення m-го шару;

$\{f_m^{i'}\}$ - вектор навантажень.

і використовуючи відому процедуру методу Гауса-Зейделя, прийдемо до наступної ітераційної формули визначення шуканих функцій F_i^{tm} , а саме:

$$a_m^{n'n'} F_{i(k+1)}^{n'm} = - \sum_{j=1}^{n'-1} a_m^{n'j} F_{j(k)}^{jm} - \sum_{j=n'+1}^N a_m^{n'j} F_{j(k-1)}^{jm} + f_m^i, \quad (2.44)$$

де k - номер поточної ітерації.

Таким чином на основі (2.43) задача звелася до послідовного вирішення звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, рішення якого, згідно методу Ейлера, наведемо у формі:

$$F_{j(k)}^{tm} = \sum_{r=1}^2 c_j^{r(k)} e^{M_{j(k)}^{tm} x^3} + \xi_{j(k)}^{tm}; \quad (2.45)$$

Тут $M_{j(k)}^{tm}$ - інтегральні характеристики, залежні від коефіцієнтів рівняння (2.26) при заданому базисі v_i^n ;

$c_j^{r(k)}$ - постійні інтегрування, визначувані з граничних умов контакту шарів і на її лицьових поверхнях.

Слід зазначити, що збіжність ітераційної процедури (2.44) можна істотно підвищити, використовуючи замість точкового методу Гауса-Зейделя блоковий, заздалегідь згрупувавши невідомі по їх фізичному змісту, наприклад зсув, зім'яття, кручення і тому подібне. Причому, при дослідженні деформацій тонкостінних систем доцільним є попарне визначення невідомих функцій F_α^{tm} , і

незалежне визначення. В цьому випадку формула для обчислення F_3^{tm} залишається незмінною, а F_α^{tm} визначаються шляхом вирішення системи двох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, які легко приводяться до одного рівняння четвертого порядку, що має аналітичне рішення, представлене у вигляді:

$$F_{\alpha(k)}^{tm} = \sum_{r=1}^4 c_\alpha^{r(k)} e^{M_{\alpha(k)}^{tm} x^3} + \xi_{\alpha(k)}^{tm}; \quad (2.46)$$

де $M_{\alpha(k)}^{tm}, c_\alpha^{r(k)}$ визначені в розумінні (2.45).

Таким чином, основна процедура ітераційно-аналітичної теорії оболонок на ітерації N описується наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} 1. & u_i^N = v_i^N + x^3 v_i^N + \sum_{n=0}^N F_n^i v_i^{(n)}; \\ 2. & A\bar{u}^N - \bar{f} = \bar{r}^N; \\ 3. & \bar{r}^N = \sum_{k=1}^3 q_{kj}^N \bar{e}_j; \\ 4. & \Delta u_i^N = \Delta v_i^N + x^3 \Delta v_i^N + F_N^i \Delta v_i^N; \\ 5. & T^N \Delta \bar{u}^N + \bar{r}^N = 0; \implies \Delta v_i^N, \Delta v_i^N, \Delta v_i^N; \\ 6. & u_i^N = v_i^N + x^3 v_i^N + F_N^i v_i^N + F_{N+1}^i \Delta v_i^N; \\ 7. & L \Delta \bar{u}^N - \bar{f} = 0, \implies F_{N+1}^i = F_{N+1}^i \left\{ x^3, \int_S [v_i^N, v_i^N, F_N^i v_i^N, \Delta v_i^N] ds \right\}; \\ 8. & \Delta u_i^{N+1} = \Delta v_i^{N+1} + x^3 \Delta v_i^{N+1} + F_{N+1}^i v_i^{N+1}; \\ 9. & T^{N+1} \Delta \bar{u}^{N+1} + \bar{r}^N = 0; \implies \Delta v_i^{N+1}, \Delta v_i^{N+1}, v_i^{N+1}; \\ 10. & u_i^{N+1} = v_i^{N+1} + x^3 v_i^{N+1} + \sum_{n=0}^{N+1} F_n^i v_i^n; \end{aligned} \quad (2.47)$$

Припустимо, що перші N - членів ряду (2.32) нам відомі. В цьому випадку вираз (1) в зведенні формул (2.47) перепишемо таким чином:

$$\begin{aligned}
 u_i^N &= \sum_{n=1}^{N-1} F_n^i(x^3) v_i^n(x^1, x^2) + F_N^i(x^3) v_i^N(x^1, x^2) = \\
 &= u_i^n(x^1, x^2, x^3) + F_N^i(x^3) v_i^N(x^1, x^2)
 \end{aligned}
 \tag{2.48}$$

Тут функція $u_i^n(x^1, x^2, x^3)$ визначає накопичені переміщення елемента, отримані до ітерації N.

Легко бачити усі переваги представлення компонент вектора переміщень у формі (2.48). По-перше, порядок системи диференціальних рівнянь, отриманої на базі пропонованої гіпотези, відносно узагальнених невідомих v_i^N буде рівний шести (3 рівняння 2-го порядку) і не залежить від номера ітерації. По-друге, порядок системи рівнянь руху не залежить від числа шарів пакету. По-третє, функція F_N^i визначається виходячи з умови мінімізації функціонала повної потенційної енергії системи в рамках тривимірного оператора теорії пружності. Це забезпечує можливість мобільної зміни базису розкладання по товщині залежно від величини норми функції нев'язки, визначуваної виразом (2.21), що зрештою призводить до фізично обґрунтованого визначення функцій приведення в плані $v_i^N(x^1, x^2)$.

Певні заперечення можуть виникнути з приводу забезпечення умови повноти і лінійної незалежності базису $v_i^n(x^1, x^2)$. Проте, згідно (2.24) базис v_i^n визначається на підставі мінімізації вектора нев'язки \bar{r}^n який, як відомо, представляється в гільбертовому енергетичному просторі у вигляді повної ортогональної системи функцій. А оскільки обчислення компонент вектора v_i^n проводиться на базі лінійного оператора теорії оболонок від повної лінійно незалежної системи функцій r_i^n , то і рішення, що отримуються таким чином повинні також задовольняти умовам лінійної незалежності і повноти зважаючи на єдиність рішення крайової задачі теорії пружності.

Природне заперечення проти практичного використання формули (2.44) може викликати сама її ітераційна суть, в зв'язку з виникаючими додатковими обчисленнями. Проте, цей аспект проблеми є не недоліком, а швидше

перевагою будь-якої теорії оболонок. По-перше, запропонована ітераційна модель одна з небагатьох теорій оболонок разом з енерго-асимптотичним методом, розвиненим в роботах Гольденвейзера [216], а також методом самоврівноважених станів Плеханова і Прусакова [217, 218] що дозволяє аналізувати такі аспекти деформування тонкостінних систем як: аналіз крайових ефектів, послідовне уточнення рішень в області концентраторів напружень і тому подібне. По-друге, як відомо, при рішенні великих систем рівнянь порядок яких 1000 і більше [224] час роботи з "правою частиною", тобто зворотний хід, виявляється на декілька порядків менше часу формування самої системи рівнянь. Тому залучення ітераційних процедур є ефективним способом рішення задач механіки тонкостінних конструкцій.

Резюмуючи сказане і враховуючи той важливий факт, що при правильній чисельній реалізації ітераційний процес не призводить до накопичення помилок "округлення", стають очевидними переваги, які вигідно відрізняють запропоновану в даній роботі методику від відомих з літературних джерел уточнених моделей розрахунку тонкостінних систем, які базуються на методі гіпотез.

2.5. Модифікація методу дискретно-віртуального просування

Не зважаючи на очевидні переваги МДВП, йому притаманні недоліки характерні для всіх методів, які використовують дискретні аналоги, а саме залежність системи рівнянь від кількості шарів в пакеті та «миттєвий» перехід СЕ від незруйнованого стану до повністю зруйнованого. Використання ІАТО при побудові нового спеціального багатошарового уточненого скінченного елемента дозволила модифікувати метод дискретно-віртуального просування та позбавитись вищевказаних недоліків. СЕ побудований на базі ІАТО допускає градієнт жорсткості між шарами пакету до 8 порядків, що надає можливість моделювання частково або повністю розшарованого контактного шару. Модель спеціального багатошарового уточненого восьмивузлового СЕ з частково зруйнованим шаром показана на рис. 2.11.

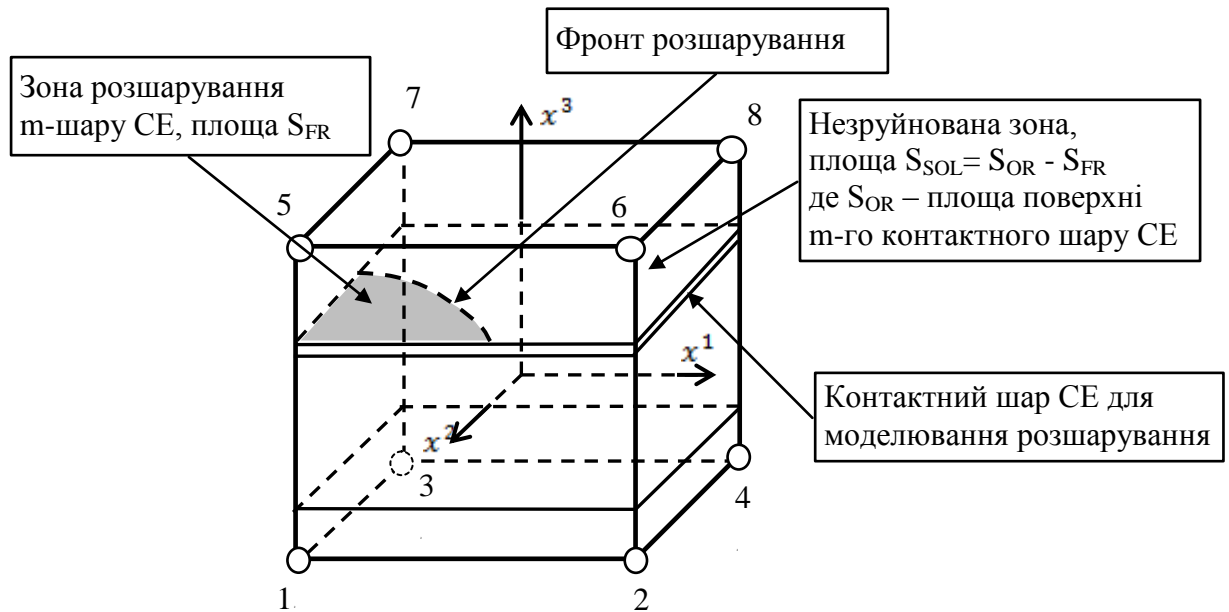


Рисунок 2.11 - Моделювання частково зруйнованого шару багат шарового CE

При цьому, зміна фізико-механічних характеристик m -го шару при наявності в ньому зони розшарування визначається за залежністю

$$C_m^{*ijkl} = C_m^{ijkl} \left[1 - \left(\frac{S_{FR(m)}}{S_{OR(m)}} \right)^{n(m)} \right]^{k(m)}, \quad (2.49)$$

де: C_m^{ijkl} – компоненти тензору фізико-механічних констант незруйнованого контактеного m -го шару елемента; C_m^{*ijkl} – компоненти тензору фізико-механічних констант частково зруйнованого контактеного m -го шару елемента; $S_{FR(m)}$ – площа зруйнованої поверхні контактеного m -го шару CE; $S_{OR(m)}$ – площа поверхні початкового контактеного m -го шару CE; $n(m)$ и $k(m)$ – константи матеріалу m -го шару, що визначаються з натурних або числових експериментів.

Таким чином, просування віртуального фронту в контактному шарі CE здійснюється за рахунок врахування зміни жорсткості цього шару, що обумовлена частковим або повним його розшаруванням.

РОЗДІЛ 3

ПОБУДОВА НЕЛІНІЙНИХ РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ РІВНЯНЬ НА ОСНОВІ МОМЕНТНОЇ СХЕМИ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

З часу створення першого перегінного апарату і по сьогоднішній день вченими і інженерами накопичений величезний досвід у виробництві складного високотехнологічного устаткування хімічних виробництв. Невід'ємною частиною процесу розробки, виробництва і експлуатації цього класу обладнання є, безумовно, їх розрахунок на міцність і несучу спроможність. Зусилля численних проектних інститутів, дослідницьких лабораторій і наукових центрів були спрямовані на розробку ефективних методик оцінки напружено-деформованого стану вузлів механізмів і апаратів, що працюють в умовах високого тиску і температури. В результаті цього було створено цілий науковий напрям, узагальнена величезна кількість теоретичних і експериментальних напрацювань, що дозволила на базі співвідношень науки про опір матеріалів отримати співвідношення, що описують розподіл напружень і деформацій в основних конструктивних елементах. Ці співвідношення лягли в основу ГОСТів, вимог і норм розрахунків на міцність, до цього дня вживаних при проектуванні машин і апаратів хімічної, харчової, енергетичної та ін. галузей промисловості.

Проте застосування таких уніфікованих співвідношень можливе лише для обмеженої сукупності елементів відносно простої геометричної форми (стержнів, плоских оболонок і пластин, циліндричних посудин, еліптичних днищ і так далі), при цьому при дослідженні реальних об'єктів доводиться вводити велику кількість спрощуючих гіпотез і припущень, фактично зводячи нанівець цілісність картини розподілу напружено-деформованого стану усієї конструкції.

В цій ситуації не залишається іншого виходу, як залучати до подібного роду досліджень чисельні методи. Цій обставині неабиякою мірою сприяє високий рівень розвитку в даний час ЕОМ, за допомогою яких успішне

застосування чисельних методів стало цілком можливо навіть для таких складних і нерегулярних систем, як машини і апарати хімічних виробництв.

На сьогодні існує велика кількість чисельних методів вирішення лінійних і нелінійних задач, призначених для опису напружено-деформованого стану конструкцій і фізичних процесів, що відбуваються в них, оцінки їх тріщиностійкості і ресурсу роботи. Проте, починаючи з 70-х років, перевага інженерів усіх спеціальностей все більше віддається методу скінчених елементів, як найбільш гнучкому і універсальному. Створенню, розвитку і своїй популяризації МСЕ зобов'язаний передусім Зинкевичу [225-226], Галагеру [227], Одену [228], Ліонсу [229], Равьяру [230], Сахарову [6-9, 231-235], Морозову [201, 236-238], та ін. На думку провідних експертів, метод скінчених елементів в найближчі десятиліття стане основним інструментом дослідників в найрізноманітніших сферах життєдіяльності людини.

Основні переваги методу скінчених елементів, в порівнянні з іншими чисельними методами, полягають в простоті поєднання декількох матеріалів в рамках одного фізичного тіла при визначенні його напружено-деформованого стану, можливості дискретизації скінчено-елементної сітки в області концентраторів, природного і простого опису граничних умов різного роду. Іншою найважливішою перевагою МСЕ є можливість встановлювати в рамках кожної дискретної підобласті (скінченого елементу) своїх законів, що описують зв'язок сил і переміщень в вузлах, дозволяючи поєднувати в рамках однієї сіткової області скінчені елементи різних типів (тривимірних і оболонкових, сингулярних і ізопараметричних і так далі), що, в свою чергу, суттєво підвищує ефективність методу в цілому.

При рішенні задачі про вибір ефективного скінченого елементу для чисельного вирішення рівнянь механіки руйнування стосовно об'єктів хімічного машинобудування необхідно враховувати цілий ряд специфічних особливостей даних апаратів і машин.

Як було відмічено раніше при розгляді конструктивних особливостей апаратів високого тиску, їх корпусні елементи на сьогоднішній день виконані із

застосуванням багатошарових метало-композитів, що характеризуються суттєвою різницею не лише фізико-механічних характеристик окремих шарів, але і суттєвим градієнтом товщини шарів пакету. Навіть в разі застосування класичної компоновки вузлів і агрегатів, тобто з використанням суцільнометалевих листів, обов'язковим атрибутом їх конструкції є наявність різних, достатньо тонких, хімічно і корозійно стійких покриттів, гідро- і теплоізоляційних елементів, що мають специфічні фізико-механічні характеристики і суттєво впливають на прогнозований ресурс роботи конструкції в цілому.

З цієї причини, при побудові скінчено-елементної моделі для визначення напружено-деформованого стану всього об'єкта і деталізації зон концентрації напружень в області руйнування, необхідно детально описувати не лише корпусні елементи конструкції, але і досить тонкі елементи покриттів і міжшарових заповнювачів. Спроба дискретизації даних моделей із застосуванням класичних тривимірних скінчених елементів призводить до появи поганої обумовленості матриці жорсткості конструкції внаслідок перевищення обмежень по співвідношенню розмірів скінчених елементів. Крім того, для суттєво просторових конструкцій характерним фактором є зміщення окремих ділянок як жорсткого цілого, що, в більшості випадків, призводить до появи так званих "фіктивних" деформацій, що вносять істотну похибку до загальної картини напружено-деформованого стану досліджуваного об'єкту. Послідовне згущування сітки скінчених елементів дозволяє поступово долати описані недоліки, проте при цьому розмірність матриці жорсткості і, зрозуміло, кількість розв'язуваних рівнянь зростають до такої міри, що рішення подібної задачі стає настільки тривалим і ресурсоємним процесом, що може бути поставлена під сумнів доцільність застосування методу в цілому.

Вирішення описаних складнощів і проблем методу скінчених елементів було представлено О.С.Сахаровим, який запропонував ефективну модифікацію МСЕ - моментну схему скінчених елементів [6]. Відмітною особливістю МССЕ, порівняно з класичним варіантом МСЕ, є той факт, що для будь-яких СЕ і

довільних законів апроксимуючих функцій завжди виконується умова рівності нулю деформацій при зміщеннях тіла як жорсткого цілого. Цей ефект досягається наближеним представленням деформацій у вигляді розкладання в ряд Тейлора і утриманням тільки тих їх компонент, точний опис яких можливий на підставі заданого закону заповнення переміщень.

Класифікаційно МССЕ може бути віднесений до гібридного типу скінчених елементів [239, 240], оскільки розкладання виконується одночасно для переміщень і деформацій. При цьому, на відміну від інших типів скінчених елементів подібного роду, по МСКЭ представлення деформацій приведені в сувору відповідність з порядком апроксимації функції переміщень, що дає можливість виключити з розгляду всі компоненти деформацій, що викликаються зміщенням тіла як жорсткого цілого, зберігаючи при цьому загальну геометричну незмінність системи.

Ефективність і надійність застосування моментної схеми скінчених елементів, якість і фізична адекватність отриманих на базі МССЕ результатів численних розрахунків для найширшого спектру задач, повністю підтвердили її високі показники відносно швидкості збіжності і економічності. На основі співвідношень МССЕ учнями і послідовниками О.С.Сахарова створено ціле сімейство спеціальних скінчених елементів, що дозволило застосувати моментну схему для вирішення різноманітних задач міцності і надійності машин і апаратів різних областей промисловості, будівельних конструкцій, проблем автомобіле-, авіа- і суднобудування, складних задач гідравліки, динаміки, контактної взаємодії та ін.

В своєму розвитку як в теоретичному, так і прикладному плані метод скінчених елементів не міг залишитися в стороні від такої важливої проблеми, як механіка руйнування. В міру накопичення експериментальних даних по дослідженню механізмів і процесів руйнування для широкого класу матеріалів і конструкцій, з'являлася велика кількість різноманітних спеціальних скінчених елементів, призначених для коректного опису тих або інших особливостей фізичної природи руйнування.

При чисельному дослідженні задач механіки руйнування методом скінчених елементів, широко поширена думка про необхідність використання спеціальних "сингулярних" скінчених елементів, що дозволяють враховувати сингулярний характер розподілу напружень в безпосередній області перед вершиною тріщини [146, 241]. Цей ефект досягається завдяки тій обставині, що коефіцієнти матриці жорсткості таких елементів містять члени, пропорційні \sqrt{r} (відстані до вершини тріщини). За своєю суттю сингулярний скінчений елемент є різновидом ізопараметричного квадратичного скінченого елементу з варійованим положенням додаткових вузлів. Застосування подібного роду елементів при побудові скінчено-елементної моделі дозволяє уникнути істотного згущування сітки елементів в області вершини тріщини, неминучого при використанні традиційних скінчених елементів з лінійною інтерполяцією переміщень. Серед робіт, присвячених розробці і використанню сингулярних скінчених елементів, слід зазначити роботи [242, 243], в яких досліджувалася залежність коректності опису поля напружень в вершині тріщини від положення проміжного вузла. Авторами було встановлено і математично обґрунтовано, що оптимальне моделювання поля напружень і переміщень досягається при розташуванні проміжних вузлів на чверті довжини сторони елементу у напрямку до вершини тріщини.

Цей тип спеціальних скінчених елементів добре зарекомендував себе при вирішенні задач з визначення коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині нерухомої тріщини для широкого спектру задач, що вирішуються в фізично лінійній постановці. Проте, як було показано в попередній главі, в вершині тріщини, що розвивається в реальному конструкційному матеріалі, навіть в умовах експлуатаційних навантажень, присутні області пластичних деформацій, що роблять неможливим, за визначенням, асимптотичний розподіл напружень в зоні концентратора. З цієї причини, твердження про необхідність застосування сингулярних скінчених елементів для опису поля переміщень і деформацій в вершині магістральної тріщини, в загальному випадку, є досить суперечливим. Окрім цього, як відзначалося раніше, співвідношення для опису

розповсюдження втомної тріщини, побудовані на базі коефіцієнта інтенсивності напружень, уточненню якого і покликане служити застосування сингулярного скінченного елемента, істотно програють аналогічним залежностям, отриманим із застосуванням J -інтегралу. Застосування ж J -інтеграла, що є функцією узагальненої енергії деформації в деякій області навколо вершини тріщини, однаково справедливо як для випадку фізично нелінійного характеру поведінки матеріалу, так і в лінійній постановці, однозначно визначаючи в цьому випадку значення коефіцієнта інтенсивності напружень по відомих співвідношеннях лінійної механіки руйнування.

Таким чином, застосування концепції енергетичного J -інтеграла як комплексної характеристики поля напружень і деформацій в області вершини тріщини, в рівній мірі справедливої для лінійної і фізично нелінійної постановок досліджень, дозволило обійтися без введення в скінчено-елементну сітку спеціальних квадратичних елементів, узагальнивши криволінійний шестигранний скінчений елемент з лінійною функцією апроксимації переміщень, побудованого на базі співвідношень МССЕ, не лише для визначення загального напружено-деформованого стану конструкції, але і застосувавши його для дискретизації в області вершини тріщини. Справедливість такого підходу обґрунтовувалася в роботах [244, 232, 233] при дослідженні процесів розповсюдження тріщин в тривимірних тілах, пластинах і оболонках. Результати чисельних досліджень, приведені в цих роботах, повністю підтверджують ефективність моментної схеми скінчених елементів при вирішенні задач моделювання процесів циклічного зростання магістральних тріщин і тріщин розшарування в просторових багат шарових конструкціях, оцінці їх залишкового ресурсу як в лінійній, так і у фізично і геометрично нелінійною постановках.

3.1 Основні рівняння для шестиграних криволінійних скінчених елементів з полілінійною апроксимацією переміщень

Для обґрунтування застосування моментної схеми скінчених елементів і підтвердження її ефективності при вирішенні поставлених в роботі задач, коротко розглянемо основні співвідношення МССЕ [8].

Призначимо кожній точці елементарного об'єму, визначеного в базисній декартовій системі координат z^i (рис. 2.10), відповідний базис з певними координатними лініями. В цьому випадку вираз для радіус-вектора, що визначає просторове положення довільної точки тіла після деформації з врахуванням вектора зміщення $\vec{u}(x^i)$, матиме наступний вигляд:

$$\vec{R}(x^i) = \vec{r}(x^i) + \vec{u}(x^i) \quad (3.1)$$

Зафіксувавши послідовно параметр x^i у виразі (3.1), отримаємо рівняння деяких координатних поверхонь. Цими поверхнями тіло розбивається на скінчену кількість елементів.

Розглянемо скінчений елемент (рис. 3.1). Виберемо його параметри так, щоб вони набували у вузлах значень $\pm 1/2$. При цьому початок координат буде відповідати значенням $x^i=0$. Геометрію елементу охарактеризуємо компонентами метричного тензора g^{ij} . Завдяки введенню в опис елементу тензора g^{ij} , можна легко варіювати формою восьмиточкового СЕ. При виведенні співвідношень матриці жорсткості СЕ проводиться відображення СЕ у вигляді криволінійного паралелепіпеда на елемент одиничних розмірів з використанням концепції ізопараметричності. Контакт елементів здійснюється по гранях і у вузлових точках.

Для апроксимації контраваріантних компонент вектора переміщень, приймемо його розкладання за полілінійним законом:

$$u^n = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u^n_{(s_1 s_2 s_3)} \varphi^{(s_1 s_2 s_3)}, \quad (3.2)$$

$$\text{де } \varphi^{(s_1 s_2 s_3)} = \prod_{\delta=1}^3 (s_{(\delta)} x^{(\delta)} + \frac{1}{2}), \quad (3.3)$$

$$s_i = \begin{cases} +1 & \text{при } \tilde{x}^i > 0 \\ -1 & \text{при } \tilde{x}^i < 0 \end{cases} - \text{величини, що показують розташування вузлових}$$

точок СЕ (рис. 3.1) відносно місцевої системи координат;

\tilde{x}^i - координати вузлових точок СЕ.

Для отримання матриці жорсткості тривимірного СЕ з полілінійним заповненням переміщень, запишемо вираз для варіації енергії деформації у вигляді:

$$\delta W = \delta \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \mu g^{m\mu} g^{nv} \varepsilon_{\mu\nu} \varepsilon_{mn} dv. \quad (3.4)$$

Компоненти тензора деформацій запишемо через градієнти:

$$\varepsilon_{mn} = \frac{1}{2}(\xi_{mn} + \xi_{nm})$$

$$\text{де } \xi_{mn} = C_m^{j'} u_{,n}^{j'}. \quad (3.5)$$

Компоненти градієнта переміщень розкладемо в ряд Маклорена в околиці початку координат:

$$\xi_{mn} = e_{mn} + e_{mn,i} x^i + \frac{1}{2} e_{mn,ij} x^i x^j + \dots \quad (3.6)$$

$$\text{Тут } e_{mn} = \xi_{mn} \big|_{x^1=x^2=x^3=0}; \quad e_{mn,i} = \frac{\partial \xi_{mn}}{\partial x^i} \big|_{x^1=x^2=x^3=0}; \quad (3.7)$$

$$e_{mn,ij} = \frac{\partial^2 \xi_{mn}}{\partial x^i \partial x^j} \big|_{x^1=x^2=x^3=0}.$$

Компоненти розкладання градієнта переміщень і їх похідні з урахуванням полілінійного закону переміщень в об'ємі СЕ по формулі (3.2) приведемо у формі:

$$e_{mn} = C_m^{j'} \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} \frac{\prod_{\delta=1}^3 (s_{(\delta)} x^{(\delta)} + \frac{1}{2})}{s_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}} s_n \big|_{x^1=x^2=x^3=0} =$$

$$= \frac{1}{4} C_m^{j'} \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} s_{(n)}; \quad (3.8)$$

$$e_{mn,i} = \frac{1}{2} C_m^{j'} \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} (1 - \delta_n^i) s_{(n)} s_{(i)} ;$$

$$e_{mn,ij} = C_m^{j'} \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} (1 - \delta_i^j) (1 - \delta_n^i) (1 - \delta_n^j) s_{(n)} s_{(i)} s_{(j)} .$$

Повний вираз для компонент деформацій має вигляд:

$$\xi_{mn} = \frac{1}{2} C_m^{j'} s_n \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} \times \left[\frac{1}{2} + s_i (1 - \delta_n^i) x^i + s_i s_j (1 - \delta_i^j) (1 - \delta_n^i) (1 - \delta_n^j) x^i x^j \right] \quad (3.9)$$

Для усунення причин, які погіршують збіжність рішення, замість виразу (3.9) розглянемо відповідне наближене значення компонент градієнта переміщень:

$$\begin{aligned} \xi_{mn} &\cong \xi_{mn} = \frac{1}{2} C_m^{j'} s_n \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} \times \\ &\times \left[\frac{1}{2} + s_i (1 - \delta_n^i) (1 - \delta_m^i) x^i + s_i s_j (1 - \delta_i^j) (1 - \delta_n^i) (1 - \delta_n^j) \delta_m^n x^i x^j \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Виразу (3.10) відповідає наступний розподіл похідної від компонент переміщень:

$$u_{,n}^{i'} = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{i'} \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^m) s_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(n)}^m) s_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}]} s_n \quad (3.11)$$

У виразі (3.11) індекс m знаходиться в суворій відповідності нижньому індексу компоненти тензора перетворення.

На основі формули (3.11) вираз для компонент градієнта переміщень можна тепер записати у формі:

$$\xi_{mn}^* = C_m^{j'} \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^m) s_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(n)}^m) s_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}]} s_n \quad (3.12)$$

Ідентичність виразів (3.10) та (3.12) легко доводиться.

Підставляючи тепер отримані компоненти тензора деформацій (3.12) і функцію зміни об'єму у вираз варіації енергії деформації (3.4), маємо:

$$\begin{aligned}
\delta W &= \delta \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{4} \mu g^{m\mu} g^{n\nu} (\xi_{\mu\nu}^* + \xi_{\nu\mu}^*) (\xi_{mn}^* + \xi_{nm}^*) dv = \\
&= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \{ \mu g^{m\mu} g^{n\nu} C_{\mu}^{j'} C_m^{i'} s_{\nu} r_n \delta(\sum_{r_1=\pm 1} \sum_{r_2=\pm 1} \sum_{r_3=\pm 1} u_{(r_1 r_2 r_3)}^{i'}) \times \\
&\times \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^{j'} \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(\mu)}) s_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(\nu)}^{(\mu)}) s_{(\nu)} x^{(\nu)} + \frac{1}{2}]} \times \\
&\times \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(m)}) r_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(n)}^{(m)}) r_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}]} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3 = \\
&\sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{(s_1 s_2 s_3)}^j \delta(\sum_{r_1=\pm 1} \sum_{r_2=\pm 1} \sum_{r_3=\pm 1} u_{(r_1 r_2 r_3)}^{i'}) \times \\
&\times \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} C_{\mu}^{j'} C_m^{i'} s_{\nu} r_n \mu g^{m\mu} g^{n\nu} \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(\mu)}) s_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(\nu)}^{(\mu)}) s_{(\nu)} x^{(\nu)} + \frac{1}{2}]} \times \\
&\times \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(m)}) r_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(n)}^{(m)}) r_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}]} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3 = \\
&= \sum_{f=1}^{f=24} \sum_{\psi=1}^{\psi=24} F_{(f\psi)}^{\mathfrak{A}} \delta u^{(f)} u^{(\psi)}, \tag{3.13}
\end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
F_{(f\psi)}^{\mathfrak{A}} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} C_{\mu}^{j'} C_m^{i'} s_{\nu} r_n \mu g^{m\mu} g^{n\nu} \times \\
&\frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(\mu)}) s_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(\nu)}^{(\mu)}) s_{(\nu)} x^{(\nu)} + \frac{1}{2}]} \frac{\prod_{\varphi=1}^3 [(1 - \delta_{(\varphi)}^{(m)}) r_{(\varphi)} x^{(\varphi)} + \frac{1}{2}]}{[(1 - \delta_{(n)}^{(m)}) r_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2}]} \times \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3 \tag{3.14}
\end{aligned}$$

$F_{(f,\psi)}^{\mathfrak{A}} = [F]^{\mathfrak{A}}$ - матриця жорсткості СЕ розмірності 24x24.

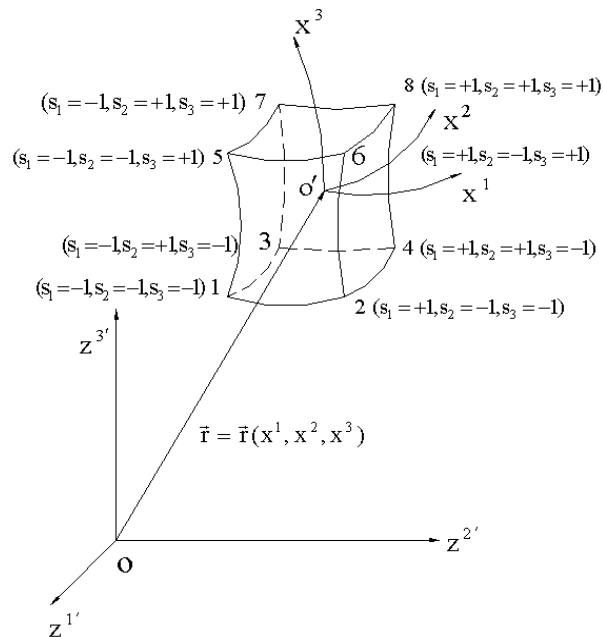


Рисунок 3.1 - Вигляд шестигранного криволінійного скінченного елемента з полілінійною апроксимацією переміщень

3.2. Матриця жорсткості ізопараметричного уточненого СЕ для дослідження процесів фізично і геометрично нелінійного деформування багатошарових просторових конструкцій

Як відзначалося в попередньому розділі, реальні багатошарові метало-композитні елементи обладнання хімічних виробництв є складними пакетованими системами, шарам яких властивий істотний градієнт геометричних і фізико-механічних параметрів. Вибір відповідного типу скінчених елементів при дослідженні таких систем або їх частин із застосуванням МСЕ є окремим важливим завданням.

Вирішення поставленої задачі можливе тільки за умови задовільнення низки вимог:

- коректного опису спільної роботи металевих шарів пакету і достатньо тонких елементів міжшарових заповнювачів;
- можливості опису різних видів руйнування (магістральних тріщин і зон розшарування) окремих шарів пакету і їх взаємного впливу;
- коректного визначення параметрів руйнування в окремих шарах для можливості прогнозування подальшого зростання тріщин і розшарувань;

Аналіз результатів великої кількості чисельних експериментів дозволив зробити висновок про обмежену застосовність класичних тривимірних скінчених елементів для аналізу напружено-деформованого стану тонких шарів пакету. Застосування тривимірних СЕ, побудованих на базі співвідношень МССЕ дозволив суттєво поліпшити якісні і кількісні показники рішення. Проте, спроба описати тривимірними елементами пакет з великою кількістю шарів, який при цьому є складовою частиною суттєво тривимірної просторової конструкції з різними нерегулярними областями (підкріплюючі елементи, зони руйнування і так далі) призводить до створення скінчено-елементної сітки такого розміру, що рішення системи розв'язуючих рівнянь, в більшості випадків, можливо лише із застосуванням найсучасніших супер-ЕОМ, яких у світі налічується одиниці. При цьому собівартість фінансових і часових витрат на таке рішення не йде ні в яке порівняння з очікуваним економічним ефектом від нього, що робить такий підхід до опису конструкції абсолютно недоцільним.

В зв'язку з цим, при чисельному розрахунку методом скінчених елементів поширено застосування спеціальних оболонкових скінчених елементів, орієнтованих на моделювання роботи усього пакету шарів у рамках одного СЕ.

Всі сучасні системи автоматизованого проектування і розрахунку містять великі бібліотеки оболонкових скінчених елементів, кожен з яких призначений для вирішення певної задачі міцності і розрізняється не лише особливістю опису моделі деформування (гіпотеза прямої нормалі, прямої лінії, уточнені моделі і тому подібне), але і видом скінчено-елементної дискретизації (трикутні, чотирикутні і так далі), в різних поліноміальних законах заповнення функцій форм (лінійні, квадратичні, кубічні і тому подібне).

Різноманіття розроблених СЕ дозволяє застосовувати для конкретних задач елементи різних форм і порядків апроксимуючих функцій. Порядок апроксимації при цьому прийнято вибирати відповідно до порядку невідомих у виразі для функціонала повної енергії системи.

Як відомо, застосування СЕ з високим порядком апроксимації дає

можливість отримати необхідну точність рішення при досить рідкій розрахунковій сітці скінчених елементів. Такий підхід є найбільш прийнятним в разі лінійного розрахунку напружено-деформованого стану багат шарових пакетів.

В той же час, як відзначається в [245], в разі дослідження процесів тріщиноутворення в шарах пакету, а тим більше при їх частковому або повному руйнуванні, такий вибір апроксимуючих функцій є невиправданим, а в більшості випадків - непридатним. Пояснюється цей факт тим, що спочатку гладкі і безперервні функції переміщень і напружень по товщині пакету шарів в процесі руйнування, як правило, набирають кусково-перервного вигляду, і для моделювання роботи такого пакету за допомогою апроксимуючих функцій високого порядку вимагається знову таки невиправдано дрібне додаткове розбиття сітки скінчених елементів.

В зв'язку з цим, в даній роботі для дослідження фізично нелінійних процесів, а також коректного опису процесів тріщиноутворення, механізмів розшарування і руйнування окремих шарів використовуються спеціальні скінчені елементи, побудовані на базі співвідношень ітераційно-аналітичної теорії оболонок, розробленою О.В.Гондляхом [2].

ІАТО є уточненою моделлю деформування і руйнування багат шарових елементів, що відрізняється від подібних елементів тим, що функції переміщень по товщині елементу не визначаються гіпотетично, а обчислюються виходячи з умови мінімізації вектора нев'язки, який визначає ступінь відповідності отриманого рішення тривимірним рівнянням механіки деформованого твердого тіла.

Розбиття конструкції на СЕ здійснюється по відомих рекомендаціях [246-248], дотримуючись яких необхідно враховувати геометричні параметри конструкції, детальніше описувати зони можливої концентрації напружень, пластичного деформування матеріалу і руйнування.

Відобразимо чотирикутний елемент на прямокутний, метрика якого задана в місцевій системі координат x^i , початок якої поєднаємо з центром ваги

СЕ. При цьому осі x^2 і x^3 направимо уздовж сторін СЕ, а вісь x^1 по нормалі до його поверхні. В якості глобальної виберемо декартову систему координат x^i , в метриці якої формуються параметри навантаження і визначається вектор вузлових переміщень. В разі дослідження процесу деформування композитних елементів конструкції з урахуванням впливу неоднорідності деформацій поперечного зсуву і обтискання по товщині пакету узагальнені невідомі представимо так:

- а) вектор тангенціальних переміщень;
- б) вектор усереднених кутів повороту і обтискання;
- в) вектор приростів кутів повороту, викликаних урахуванням неоднорідності деформацій поперечного зсуву і обтискання.

Апроксимуючу функцію розподілу узагальнених переміщень в межах СЕ запишемо у вигляді полілінійного закону:

$$u_{i'}^s = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^4 \prod_{r=1}^2 (1 + P_{rt} x^r) v_{i'}^{s(t)} \quad (3.15)$$

$$\text{де } \{P_{1t}\}^T = \{-11-11\}; \quad \{P_{2t}\}^T = \{-1-111\}. \quad (3.16)$$

Як показали багаточисельні дослідження [248], апроксимація подібного роду забезпечує достатню точність при дослідженні напружено-деформованого стану тонкостінних систем, і в той же час є ефективнішою відносно витрат часу ЕОМ в порівнянні з апроксимуючими функціями вищого порядку. Побудова дискретної моделі конструкції виконується на основі ізопараметричних скінчених елементів. Функцію координат в межах кожного елемента представимо у вигляді, аналогічному (3.15):

$$x^{i'} = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^4 \prod_{r=1}^2 (1 + P_{rt} x^r) x^{i'(t)} \quad (3.17)$$

де $x^{i'(t)}$ - декартові координати t -го вузла СЕ.

Керуючись основними положеннями МССЕ, виконаємо розкладання функцій деформацій в ряд Маклорена [248], з урахуванням того, що кількість утримуваних членів ряду знаходиться в суворій відповідності з порядком

апроксимації узагальнених переміщень. Після низки перетворень отримаємо наступні співвідношення для шару СЕ:

$$\begin{aligned} e_{\nu\nu}^m &= e_{\nu\nu}^{om} + e_{\nu\nu}^{\mu m} x^\mu \omega_{\mu\mu}^{\nu\nu}; \\ e_{33}^m &= e_{33}^{om} + e_{33}^{1m} x^1 + e_{33}^{2m} x^2 + e_{33}^{12m} x^1 x^2; \\ e_{12}^m &= e_{12}^{om}; \\ e_{\nu 3}^m &= e_{\nu 3}^{om} + e_{\nu 3}^{\mu m} x^\mu \omega_{\mu\mu}^{\nu 3}; \quad \left(\nu \neq \mu; \quad \mu = 1, 2 \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\text{де } e_{ij}^{om} = e_{ij}^m \Big|_{x^1=0, x^2=0}; \quad e_{ij}^{\mu m} = e_{ij, \mu}^m \Big|_{x^1=0, x^2=0}; \quad e_{ij}^{\nu \mu m} = e_{ij, \nu \mu}^m \Big|_{x^1=0, x^2=0}. \quad (3.19)$$

Представимо співвідношення (3.18) в компактнішій формі, а саме:

$$e_{ij}^m = e_{ij}^{om} + e_{ij}^{\mu m} x^\mu \omega_{\mu\mu}^{ij} + e_{ij}^{\nu \mu m} x^\nu x^\mu \delta_{33}^{ij} \omega_\mu^\nu; \quad (3.20)$$

Тензор напружень для m-го шару СЕ, в межах якого матеріал знаходиться в пружній стадії роботи, визначимо по аналогії з (3.18):

$$\begin{aligned} \sigma_m^{\nu\nu} &= \sigma_m^{o\nu\nu} + \sigma_{\mu m}^{\nu\nu} x^\mu \omega_\mu^\nu; \\ \sigma_m^{m33} &= \sigma_m^{o33} + \sigma_{1m}^{33} x^1 + \sigma_{2m}^{33} x^2 + \sigma_{12m}^{33} x^1 x^2; \\ \sigma_m^{12} &= \sigma_m^{o12}; \\ \sigma_m^{\nu 3} &= \sigma_m^{o\nu 3} + \sigma_{\mu m}^{\nu 3} x^\mu \omega_{\mu\mu}^{\nu 3}; \quad \left(\nu \neq \mu, \quad \mu = 1, 2 \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\text{де } \sigma_m^{oij} = \sigma_m^{ij} \Big|_{x^1=0, x^2=0} = C_m^{ijkl} e_{kl}^{om};$$

$$\sigma_{\nu m}^{ij} = \sigma_{m, \nu}^{ij} \Big|_{x^1=0, x^2=0} = C_m^{ijkl} e_{kl}^{\nu m};$$

$$\sigma_{\nu \mu m}^{ij} = \sigma_{m, \nu \mu}^{ij} \Big|_{x^1=0, x^2=0} = C_m^{ijkl} e_{kl}^{\nu \mu m};$$

$$\text{або } \sigma_m^{ij} = \sigma_m^{oij} + \sigma_{\nu m}^{ij} x^\nu \omega_{ij}^{\nu\nu} + \sigma_{\nu \mu m}^{ij} x^\nu x^\mu \delta_{ij}^{33} \omega_\mu^\nu.$$

Варіаційне формулювання принципу Даламбера для ансамблю СЕ запишемо таким чином:

$$\sum_{p=1}^P (\delta W_p - \delta A_p) = 0, \quad (3.22)$$

де δW_p - варіація роботи деформацій p-го СЕ;

δA_p - варіація роботи зовнішніх сил на переміщеннях СЕ;

P - загальна кількість СЕ.

Широке застосування для вирішення геометрично нелінійних задач для просторових конструкцій знайшли кроково-ітераційні методи і, зокрема, модифікований метод Ньютона-Канторовича [249, 250], ефективність якого обумовлена одноразовим формуванням і оберненням лінеаризованої матриці жорсткості на кожному кроці навантаження.

Згідно загальних положень кроково-ітераційних методів, тензор напружень, що виникають в тілі на n -му кроці навантаження, представимо у вигляді:

$$\sigma_{n^m}^{ij} = \sigma_{n-1^m}^{ij} + \Delta \sigma_{n^m}^{ij} \quad (3.23)$$

де $\sigma_{n-1^m}^{ij}$ - тензор напружень m -го шару, який відповідає врівноваженій системі зовнішніх дій на $n-1$ кроці;

$\Delta \sigma_{n^m}^{ij}$ - приріст напружень на кроці n в шарі m .

Керуючись [251], розпишемо детальніше перший доданок виразу (3.22) з урахуванням (3.23). Після відомих перетворень отримаємо:

$$\delta W_p = \delta W_p^1 + \delta W_p^2 + \delta W_p^3 + \delta W_p^4 + \delta W_p^5, \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad \delta W_p^1 &= \sum_{m=1}^M \int_{V_p} C_m^{ijkl} \bar{e}_{kl} \delta \bar{e}_{ij} dV_p \\ \delta W_p^2 &= \sum_{m=1}^M \int_{V_p} \sigma_{n-1^m}^{ij} \delta e_{ij}^{Hm} dV_p \\ \delta W_p^3 &= \sum_{m=1}^M \int_{V_p} \sigma_{n-1^m}^{ij} \delta \bar{e}_{ij}^m dV_p \\ \delta W_p^4 &= \sum_{m=1}^M \int_{V_p} C_m^{ijkl} e_{kl}^{Hm} \delta \bar{e}_{ij}^m dV_p \\ \delta W_p^5 &= \sum_{m=1}^M \int_{V_p} C_m^{ijkl} e_{kl}^{Hm} \delta e_{ij}^m dV_p. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Детальний аналіз (3.24) і (3.25), проведений в [233], показав, що для отримання ефективної лінеаризованої МЖ у виразі (3.24) досить утримати доданки δW_p^1 і δW_p^2 . Подібного роду допущення не можуть призвести до порушення збіжності і пониження точності чисельних рішень, оскільки третій доданок не впливає на величину варіації енергії внаслідок рівноваги між переднапруженням і навантаженням на $n-1$ кроці. Четвертим і п'ятим доданками можна знехтувати, оскільки вони містять нелінійні члени вищого порядку малості відносно функцій переміщень, ніж перші два доданки. В зв'язку з цим вираз (3.24) суттєво спрощується і набуває вигляду:

$$\delta W_p = \delta W_p^1 + \delta W_p^2. \quad (3.26)$$

Оскільки еволюційні процеси тріщиноутворення багат шарових композитних систем доцільно моделювати на основі методу змінних жорсткостей, лінеаризовану МЖ побудуємо виходячи з допущення про постійність фізико-механічних характеристик шарів на кожному кроці інтегрування. В цьому випадку приймаємо тензор C_m^{ijkl} рівним C_{cm}^{ijkl} - миттєвому тензору пружних констант, побудованому на основі значень січних фізико-механічних характеристик, відповідних n -у рівню навантаження.

Запишемо вирази для доданків в (3.26). Неважко переконатися в тому, що з урахуванням (3.6) перший доданок представляється у вигляді:

$$\begin{aligned} \delta W_p^1 = \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \int_{h_{m-1}}^{h_m} \left\{ C_{cm}^{ijkl} e_{kl}^{om} \delta e_{ij}^{om} + \frac{1}{3} C_{cm}^{ijkl} e_{kl}^{vm} \omega_{ijkl}^{vvvv} \delta e_{ij}^{vm} + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} C_{cm}^{ijkl} e_{kl}^{v\mu m} \delta_{ijkl}^{3333} \omega_{\mu}^v \delta e_{ij}^{v\mu m} \right\} \sqrt{g_m} dx^3. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Після підстановки (3.15) в (3.19) отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta e_{ij}^{om} = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^4 \mathbb{B}_{ijs(t)}^{mp'} \delta V_{p'}^{s(t)}; \quad \delta e_{ij}^{vm} = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^4 \tilde{D}_{ijvs(t)}^{mp'} \delta V_{p'}^{s(t)}; \\ \delta e_{ij}^{v\mu m} = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^4 \tilde{A}_{ijv\mu s(t)}^{mp'} \delta V_{p'}^{s(t)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

де

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{ijs(t)}^{mp'} &= C_{ji}^{k'} F_{sk'}^{mp'} + C_j^{k'} \{F_{sk',i}^{mp'} + F_{sk'}^{mp'} P_{it} \omega_i^3\}, \\
\tilde{D}_{ijvs(t)}^{mp'} &= (1 + P_{vt}) [C_{j,i}^{k'} F_{sk',i}^{mp'}] + C_j^{k'} F_{sk'}^{mp'} P_{vt} P_{\mu t} \delta_i^\mu \omega_i^3 + \\
&+ C_{ji}^{k'} F_{sk'}^{mp'} (P_{vt} \delta_i^\nu + P_{\mu t} \delta_i^\mu), \\
\tilde{A}_{ijv\mu s(t)}^{mp'} &= F_{sk',i v \mu}^{mp'} + F_{sk',i v}^{mp'} P_{\mu t} + F_{sk',i \mu}^{mp'} P_{vt} + F_{sj'}^{mp'} P_{vt} P_{\mu t} + \\
&+ F_{sk',v \mu}^{mp'} (P_{vt} \delta_i^\nu + P_{\mu t} \delta_i^\mu) + (F_{sk',v}^{mp'} \delta_i^\nu + F_{sk',\mu}^{mp'} \delta_i^\mu) P_{vt} P_{\mu t} \omega_v^\mu.
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Враховуючи (3.28), остаточно запишемо вираз для визначення першого доданку в (3.26), а саме:

$$\delta W_p^1 = \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} V_{t'}^{f(r)} \delta V_{p'}^{s(t)}, \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \int C_{cm}^{ijkl} \{ \tilde{B}_{klf(r)}^{mt'} \tilde{B}_{ijs(t)}^{mp'} + \frac{1}{3} \tilde{D}_{klvf(r)}^{mt'} \tilde{D}_{ijvs(t)}^{mp'} \omega_{ijkl}^{vvvv} + \\
\text{де} \quad &+ \frac{1}{9} \tilde{A}_{kllv\mu f(r)}^{mt'} \tilde{A}_{ijv\mu s(t)}^{mp'} \delta_{ijkl}^{3333} \omega_\mu^\nu \} \sqrt{g_m} dx^3
\end{aligned} \tag{3.31}$$

- коефіцієнти матриці жорсткості багат шарового ізопараметричного СЕ.

Аналогічним чином отримаємо вираз для другого доданку в (3.26) δW_p^2 .

Припустимо, що компоненти тензора напружень $\sigma_{n-1^m}^{ij}$ допускають можливість

розкладання в ряд типу (3.23):

$$\sigma_{n-1^m}^{ij} = \sigma_{n-1^m}^{oij} + \sigma_{n-1^{vm}}^{ij} x^\nu \omega_{ij}^{\nu\nu} + \sigma_{n-1^{\nu\mu m}}^{ij} x^\nu x^\mu \delta_{ij}^{33} \omega_\mu^\nu \tag{3.32}$$

$$\text{де} \quad \sigma_{n-1^m}^{oij} = C_{n-1^{cm} n-1^{kl}}^{ijkl} e_{n-1^{kl}}^{om};$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{n-1^{vm}}^{ij} &= C_{n-1^{cm} n-1^{kl}}^{ijkl} e_{n-1^{kl}}^{vm} x^\mu \omega_{\nu\nu}^{kl}; \\
\sigma_{n-1^{\nu\mu m}}^{ij} &= C_{n-1^{cm} n-1^{kl}}^{ijkl} e_{n-1^{kl}}^{\nu\mu m} x^\nu x^\mu \delta_{33}^{kl} \omega_\mu^\nu
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Відомо [248], що тензор скінчених деформацій також допускає можливість розкладання в ряд по аналогії з (3.19):

$$e_{ij}^{Hm} = e_{ij}^{Hom} + e_{ij}^{H\mu m} x^\mu \omega_{\mu\mu}^{ij} + e_{ij}^{H\nu\mu m} x^\nu x^\mu \delta_{33}^{ij} \omega_\mu^\nu. \tag{3.34}$$

При цьому компоненти розкладання ряду (3.34) після виконання процедури дискретизації представляються таким чином:

$$e_{ij}^{Hom} = \frac{1}{16} g^{kp} \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 \tilde{B}_{ijkpsftr}^{mp't'} V_{t'}^{f(r)} V_{p'}^{s(t)};$$

$$e_{ij}^{H\mu m} = \frac{1}{16} g^{kp} \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 \tilde{D}_{ijkpvsrt}^{mp't'} V_{t'}^{f(r)} V_{p'}^{s(t)};$$

$$e_{ij}^{H\nu\mu m} = \frac{1}{16} g^{kp} \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 \tilde{A}_{ijkpv\mu svt}^{mp't'} V_{t'}^{f(r)} V_{p'}^{s(t)}$$

$$\text{де } \tilde{B}_{ijkpsftr}^{mp't'} = \tilde{B}_{ikst}^{mp'} \tilde{B}_{jpftr}^{mt'};$$

$$\tilde{D}_{ijkpvsrt}^{mp't'} = \tilde{B}_{jpst}^{mp'} \tilde{D}_{ikvfr}^{mt'} + \tilde{B}_{ikfr}^{mt'} \tilde{D}_{jpvst}^{mp'};$$

$$\tilde{A}_{ijkpv\mu srf}^{mp't'} = \tilde{A}_{ikv\mu fr}^{mt'} \tilde{D}_{jp\mu st}^{mp'} + 2\tilde{D}_{ikvrf}^{mt'} \tilde{D}_{jp\mu st}^{mp'} + \tilde{D}_{ik\mu rf}^{mt'} \tilde{A}_{jp\mu vst}^{mp'}$$

На основі (3.33), (3.34), (3.35), другий доданок у виразі (3.33) запишемо таким чином:

$$\delta W_p^2 = \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} V_{t'}^{f(r)} \delta V_{p'}^{s(t)} \quad (3.37)$$

$$\text{де } \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} = \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \int \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 g_m^{kp} \left\{ \sigma_{n-1}^{oj} \tilde{B}_{ijkpsftr}^{mt'p'} + \frac{1}{3} \sigma_{n-1}^{ij} \tilde{D}_{ijkpvsrt}^{mt'p'} \omega_{ij}^{\nu\nu} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{9} \sigma_{n-1}^{ij} \tilde{A}_{ijkpv\mu srf}^{mt'p'} \delta_{ij}^{33} \omega_{\mu}^{\nu} \right\} \sqrt{g_m} dx^3 V_{t'}^{f(r)} \delta V_{p'}^{s(t)}$$

- коефіцієнти матриці жорсткості багат шарового ізопараметричного СЕ з переднапруженням.

На основі (3.30) і (3.38) отримаємо вираз для варіації енергії деформації Р-го скінченного елемента, а саме:

$$\delta W_p = \sum_{r=1}^4 \sum_{t=1}^4 G_{fsrt}^{t'p'} V_{t'}^{f(r)} \delta V_{p'}^{s(t)} \quad (3.39)$$

При цьому у виразі (3.39) коефіцієнти лінеаризованої матриці жорсткості багат шарових СЕ $G_{fsrt}^{t'p'}$ визначаються відповідно до формули:

$$G_{fsrt}^{t'p'} = \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} + \tilde{\tilde{G}}_{fsrt}^{t'p'} =$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \int \left[c_{cm}^{ijkl} \left\{ \tilde{B}_{klf(r)}^{mt'} \tilde{B}_{ijs(t)}^{mp'} + \frac{1}{3} \tilde{D}_{klvf(r)}^{mt'} \tilde{D}_{ijvs(t)}^{mp'} \omega_{ij}^{\nu\nu} + \frac{1}{9} \tilde{A}_{klv\mu f(r)}^{mt'} \tilde{A}_{ijv\mu s(t)}^{mp'} \delta_{ij}^{33} \omega_{\mu}^{\nu} \right\} + \right.$$

$$\left. + g_m^{kp} \left\{ \sigma_{n-1}^{oj} \tilde{B}_{ijkpsftr}^{mt'p'} + \frac{1}{3} \sigma_{n-1}^{ij} \tilde{D}_{ijkpvsrt}^{mt'p'} \omega_{ij}^{\nu\nu} + \frac{1}{9} \sigma_{n-1}^{ij} \tilde{A}_{ijkpv\mu srf}^{mt'p'} \delta_{ij}^{33} \omega_{\mu}^{\nu} \right\} \right] \sqrt{g_m} dx^3$$

3.3. Спеціальний багат шаровий уточнений СЕ з полілінійною функцією поповнення переміщень в плані і нелінійним законом апроксимації переміщень по товщині

Важливим самостійним етапом числової реалізації досліджень еволюції фізично нелінійних процесів та руйнування, що протікають в багат шарових конструкціях, є лінеаризація МЖ на кожному кроці навантаження з урахуванням реальної діаграми роботи матеріала шару та тріщин, що утворилися. В даній роботі побудова МЖ елемента, шари якого зазнають пластичних деформацій, відбувається з використанням миттєвого тензора констант деформування c_{cm}^{ijkl} . При цьому, тензор обчислюється з урахуванням січних значень фізико-механічних характеристик шарів, прийнятих з реальних діаграм, що отримані шляхом експериментів. В цьому випадку вираз для обчислення коефіцієнтів МЖ (3.40) перетворюється до виразу:

$$\begin{aligned}
 G_{fsrt}^{t'p'} &= \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} + \tilde{G}_{fsrt}^{t'p'} = \\
 &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \int_{h_m} \left[c_{cm}^{ijkl} \left\{ \tilde{B}_{klf(r)}^{mt'} \tilde{B}_{ijs(t)}^{mp'} + \frac{1}{3} \tilde{D}_{klvf(r)}^{mt'} \tilde{D}_{ijvs(t)}^{mp'} \omega_{ij}^{vv} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{9} \tilde{A}_{klv\mu f(r)}^{mt'} \tilde{A}_{ijv\mu s(t)}^{mp'} \delta_{ij}^{33} \omega_{\mu}^v \right\} + \right. \\
 &\quad \left. + g_m^{kp} \left\{ \sigma_{n-1^m}^{oij} \tilde{B}_{ijkpSftr}^{mt'p'} + \frac{1}{3} \sigma_{n-1^{vm}}^{ij} \tilde{D}_{ijkpvSrt}^{mt'p'} \omega_{ij}^{vv} \right\} \right] \sqrt{g_m} dx^3.
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\text{де } c_{cm}^{ijkl} = c_{cm}^{ijkl} \left(e_{pq}^m \right); \quad \sigma_{n-1^m}^{oij} = c_{n-1^{cm}}^{ijkl} e_{n-1^{kl}}^{om}; \quad \sigma_{n-1^{vm}}^{ij} = c_{n-1^{cm}}^{ijkl} e_{n-1^{kl}}^{vm} x^{\mu} \omega_{vm}^{kl} \tag{3.42}$$

При побудові МЖ елемента з тріщинами виходимо з наступних передумов. Припустимо, що по досягненню окремими шарами СЕ граничних значень напружень (після виконання умови руйнування шару), вони перестають пручатися розтягуванню та вигину. В цьому випадку можна знехтувати

лінійними компонентами в розкладанні тензора напружень в ряд (3.21). Тоді

$\sigma_m^{T_{ij}} = \sigma_m^{oij}$, а рівняння (3.27) прийме вигляд:

$$\delta w_p^t = \frac{1}{4} \sqrt{g} \left\{ \sum_{M=1}^{M-M_t} \left(\sigma_m^{oij} \delta e_{ij}^{om} + \frac{1}{3} \sigma_{vm}^{ij} \delta e_{ij}^{vm} \omega_{(vv)}^{(ij)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{9} \sigma_{v\mu m}^{ij} \delta e_{ij}^{v\mu m} \delta_{(33)}^{(ij)} \omega_{(v\mu)}^{(\mu\nu)} \right) + \sum_{M=M_t}^M \sigma_m^{oij} \left(\delta e_{ij}^{om} + \delta e_{ij}^{H_{om}} \right) \right\} \quad (3.43)$$

де M_t - кількість зруйнованих шарів.

Учитывая выражения (3.28, 3.32, 3.35)), запишем (3.43) наступним чином:

$$\delta \bar{w}_p^t = \sum_{M=1}^M \sum_{t=1}^4 \sum_{r=1}^4 G_{rtSf}^{T_k R' m} v_{k'}^{S(t)} \delta v_{q'}^{f(r)} = \\ = \sum_{t=1}^4 \sum_{r=1}^4 \left[\sum_{M=1}^{M-M} G_{rtSf}^{k'q'm} + \sum_{M=M_t}^M T_{rtSf}^{k'q'm} \right] v_{k'}^{S(t)} \delta v_{q'}^{f(r)}, \quad (3.44)$$

де $T_{rtSf}^{k'q'm}$ - коефіцієнти МЖ р-го СЕ зі зруйнованими шарами.

$$T_{rtSf}^{k'q'm} = \bar{T}_{rtSf}^{k'q'm} + T_{rtSf}^{=k'q'm} \quad (3.45)$$

$$\bar{T}_{rtSf}^{k'q'm} = \frac{1}{4} \sqrt{g_o} c_m^{ijkl} c_k^{k'} c_i^{q'} \bar{B}_{l(t)S}^m \bar{B}_{j(r)S}^m;$$

$$T_{rtSf}^{=k'q'm} = \frac{1}{4} \sqrt{g_o} \sigma_{n-1^m}^{\alpha, \beta} \bar{B}_{trSf}^{=m} c_\alpha^{k'} c_\beta^{q'}$$

$\bar{B}_{l(t)S}^m, \bar{B}_{trSf}^{=m}, \sigma_{n-1^m}^{\alpha\beta}$ - можуть бути обчислені за формулами (3.29),

(3.35), (3.32) відповідно.

Остаточно вираз для коефіцієнтів МЖ багат шарового СЕ з відривом шарів прийме вигляд:

$$G_{fsrt}^{T_t p' m} = \sum_{m=1}^{M-M_t} G_{rtSf}^{k'q'm} + \\ + \frac{1}{4} \sqrt{g_o} \sum_{m=M_t+1}^M \left(c_m^{ijkl} c_k^{k'} c_i^{q'} \bar{B}_{l(t)S}^m \bar{B}_{j(r)S}^m + \sigma_m^{\alpha\beta} \bar{B}_{trSf}^{=m} c_\alpha^{k'} c_\beta^{q'} \right) \quad (3.46)$$

де $G_{rtSf}^{k'q'm}$ - коефіцієнти МЖ незруйнованих шарів m-го СЕ, що отримані за виразом (3.41).

Таким чином спеціальний уточнений багатошаровий скінченний елемент забезпечує повну сумісність зі стандартним восьмивузловим СЕ та має наступні суттєві переваги:

1. Можливість дослідження факторів неоднорідності деформацій поперечного зсуву, що залежать не тільки від співвідношень жорсткісних характеристик, але й від компонент НДС пакету;
2. Можливість природним чином фізично обґрунтовано змінювати кінематичні і статичні умови контакту між шарами в процесі покрокового навантаження конструкції, що дозволить моделювати процеси накопичення дефектів, розвитку зон пластичності в шарах та зон розшарування (рис. 3.2);
3. Стійкі показники збіжності рішень по визначенню компонент НДС як масивних тривимірних тіл, так і тонких конструкцій;
4. При зміні фізико-механічних характеристик шарів багатошарового СЕ на 8 та більше порядків зберігаються стійкі показники збіжності;
5. Порядок розрішуючої системи рівнянь не залежить від кількості шарів в пакеті.

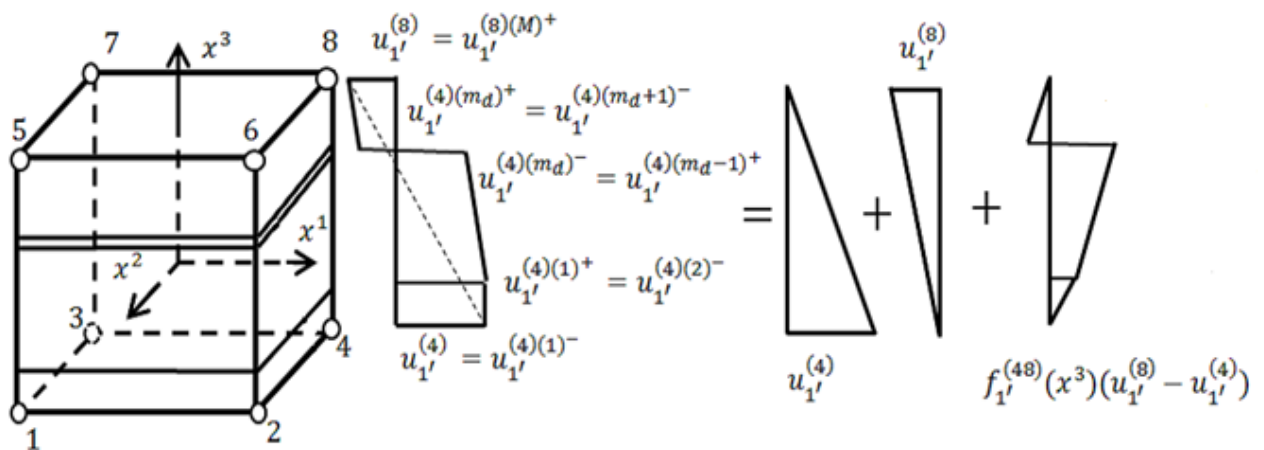


Рисунок 3.2 – Апроксимація компонент вектора переміщень багатошарового уточненого восьмивузлового СЕ в випадку розшарування з урахуванням тертя ($u_{1'}^{(t)}$ - компоненти модуля вектору переміщень вузла t в напрямку t' ; $f_{1'}^{(point(-), point(+))}$ – скалярні функції приведення, що характеризують ступінь неоднорідності розподілу деформацій поперечного зсуву по товщині

пакету шарів грані (point(-),point(+)) СЕ в напрямку t' ; $u_{t'}^{(point),(m)\pm}$ - компоненти модуля вектора переміщень в напрямку t' , що визначені на верхній (+) та нижній (-) поверхнях шару m , вузла (point))

3.4. Апробація розробленого спеціального багат шарового уточненого СЕ

Для апробації розробленого СЕ було вирішено ряд тестових задач: розрахунок тришарової вільно опертої балки з тонким середнім шаром, що знаходиться в умовах вигину (рис. 3.3), аналогічної балки з товстим середнім шаром (рис. 3.4), а також розрахунок на розрив п'ятишарової жорстко защемленої консольної балки з тонким середнім шаром, що знаходиться під дією рівномірно розподіленого на лицьових поверхнях навантаження (рис. 3.5).

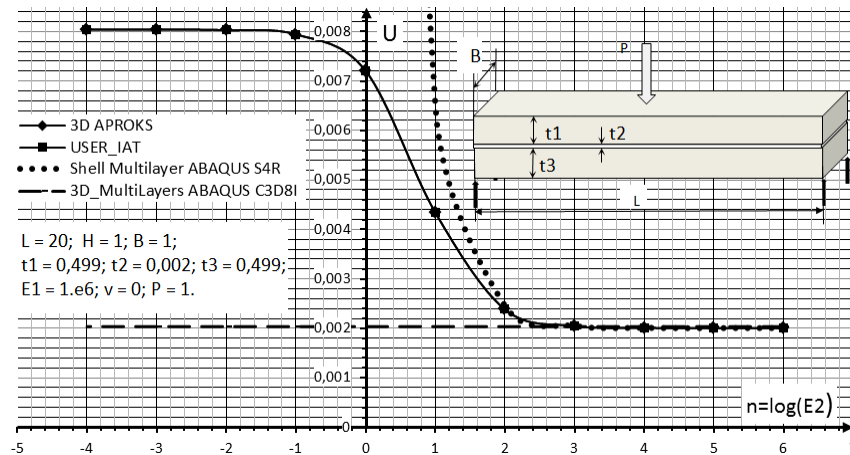


Рисунок 3.3 – Розрахунок тришарової вільно опертої балки з тонким середнім шаром, що знаходиться в умовах вигину

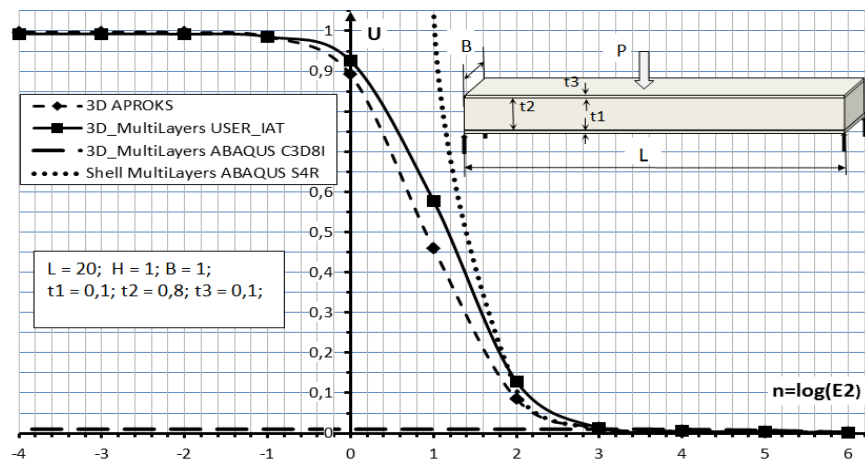


Рисунок 3.3 – Розрахунок тришарової вільно опертої балки з товстим середнім шаром, що знаходиться в умовах вигину

Результати чисельного моделювання порівнювались з результатами тривимірних і теоретичних розрахунків, а також з розрахунками проведеними за допомогою стандартних елементів з бібліотеки ABAQUS. Аналіз результатів показав, що розроблений СЕ відображає правильну схему деформування навіть при зміні жорсткості середнього шару на 6-8 порядків по відношенню до жорсткості зовнішніх шарів, в той час, як елементи з бібліотеки ABAQUS дають невірну схему деформування вже при зміні жорсткості середнього шару на 4 порядки.

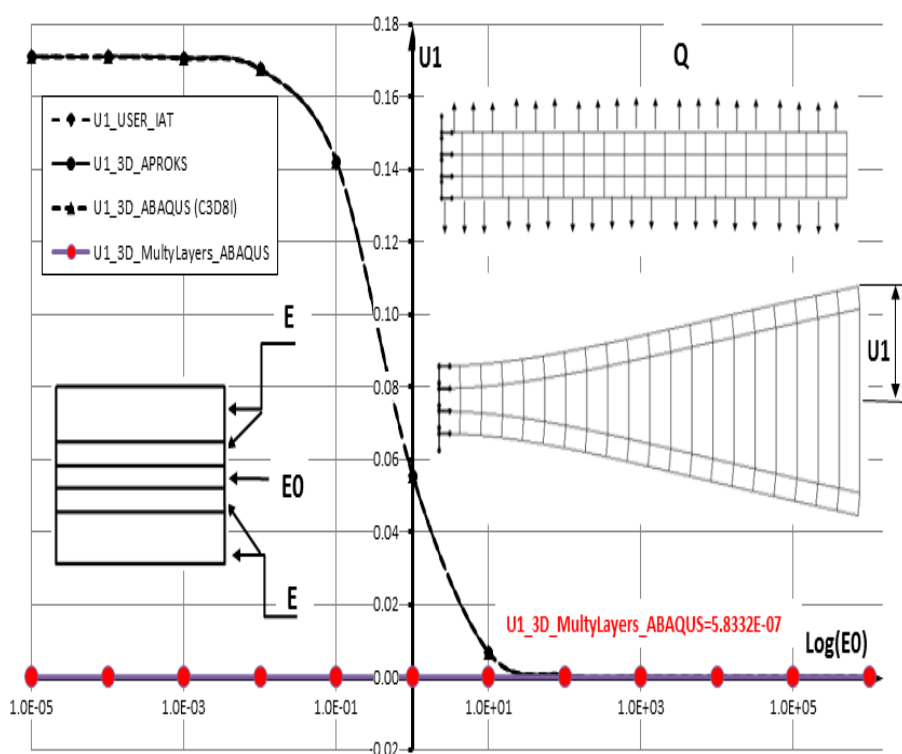


Рисунок 3.4 – Розрахунок на розрив п'ятишарової жорстко зацмленої консольної балки з тонким середнім шаром, що знаходиться під дією рівномірно розподіленого на лицьових поверхнях навантаження

РОЗДІЛ 4

АЛГОРИТМ НЕЛІНІЙНОГО РОЗРАХУНКУ ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗБІЖНОСТІ ЧИСЕЛЬНИХ РІШЕНЬ ГЕОМЕТРИЧНО І ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ МІЦНОСТІ

4.1. Основні механізми руйнування багатошарових пакетів

Сучасне покоління посудин і апаратів високого тиску все частіше виготовляється із застосуванням різноманітних багатошарових композицій. Такі багатошарові метало-композити складаються, як правило, з порівняно тонких високоміцних пластин, що мають антикорозійні властивості, шарів дешевшого металу, основна задача яких полягає в забезпеченні несучої здатності пакету, шарів термо- і гідроізоляції, і так далі. Як міжшаровий заповнювач використовуються різні полімерні смоли, клеї синтетичного походження і так далі (рис. 4.1). Для забезпечення додаткової міцності, у разі роботи в умовах високого внутрішнього тиску, широко застосовується додаткове армування (окружна і діагональна обмотки, укладання у вигляді сітки і так далі) міжшарових заповнювачів високоміцними синтетичними, рідше металевими нитками. Застосування подібного роду багатошарових метало-композитів дозволяє істотно знизити вартість виготовлення (за рахунок зменшення масової частки дорогих легованих, хімічно і корозійних стійких металів) і експлуатації апаратів хімічного комплексу без шкоди для їх несучої здатності і ресурсу експлуатації, проте при цьому вимагається і розробка нових, уточнених методик проектування і розрахунку на міцність цієї апаратури.



Рисунок 4.1 - Приклад компоновки багатошарового металокompозита

Складність просторової компоновки таких метало-композитів і умов їх навантаження (присутність нормальних і тангенціальних компонент напружень) обумовлює складність і неоднорідність механізму розвитку зон руйнування в процесі їх експлуатації (рис. 4.2).

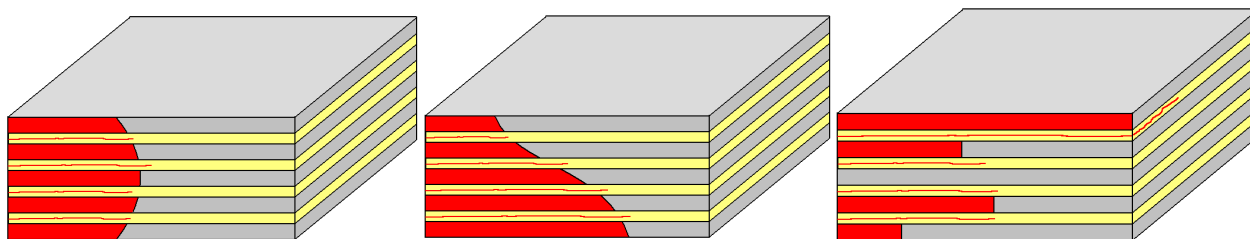


Рисунок 4.2 - Основні механізми руйнування багатошарового металокомпозиту

Основним видом руйнувань, притаманним металевим шарам багатошарових пакетів, є утворення і розвиток в них так званих "магістральних" тріщин, протяжність яких може бути істотно більше параметра товщини шару, в якому вони розвиваються. Причому, як свідчить аналіз результатів багаточисельних експериментів з визначення циклічної тріщиностійкості і залишкової міцності багатошарових плит, швидкості росту магістральних тріщин в окремих металевих шарах пакету можуть суттєво відрізнятися. Це пояснюється, в першу чергу, різницею компонент напружень і деформацій в вершинах тріщин окремих шарів, коли у разі складного напружено-деформованого стану пакету його верхні шари, приміром, знаходяться в зоні дії стискаючих напружень, які перешкоджають зростанню тріщин, а нижні - в зоні дії розтягуючих напружень. Проте навіть при порівняно однакових напруженнях в шарах на деякому віддаленні від вершини тріщини, напруження і деформації в вершинах тріщин визначатимуться пружно-пластичними і міцнісними властивостями самого матеріалу, ініціюючи для окремих шарів появу зон пластичних деформацій, що, у свою чергу, обов'язково позначиться на зміні швидкості росту тріщини.

В свою чергу, поява зон пластичних деформацій в вершині тріщини і розкриття її берегів в металевому шарі призводить до появи і подальшого розвитку вторинних зон руйнування в міжшаровому заповнювачі. Такий вид

руйнування в площині, перпендикулярній напрямку розвитку магістральних тріщин, дістав назву в літературі "розшарування" і, як буде показано нижче, часто суттєво впливає на процес руйнування багатошарового метало-композитного пакету в цілому, дозволяючи окремим ділянкам металевих шарів працювати незалежно один від одного, що природним чином знижує загальну жорсткість конструкції і її тріщиностійкість.

Величиною, що повністю характеризує поле напружень в вершині тріщини (рис. 4.3), прийнято вважати коефіцієнт інтенсивності напружень (K). Для пружної задачі справедливо наступне співвідношення:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad , \text{ де } K_I = \sqrt{\pi a} f(a/W)$$

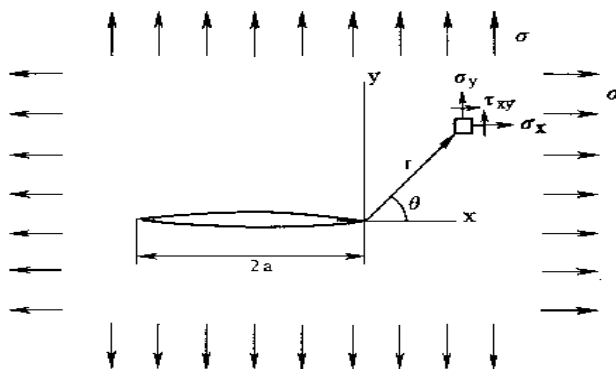


Рисунок 4.3 - Тріщина в нескінченній пластині

Вочевидь, що при $r \rightarrow 0$, тобто безпосередньо в вершині тріщини, напруження прагнуть до нескінченності, тому коефіцієнт інтенсивності напружень називають ще мірою сингулярності напружень в вершині тріщини.

Вживані в практиці апаратобудування хімічної промисловості металеві матеріали мають, в тій або іншій мірі, певні пластичні властивості, і пластичні деформації, що виникають в вершині тріщини, обмежують величину напружень і, отже, напруження не можуть бути сингулярні. Ірвином [82], Дагдейлом [87], Баренблаттом [81] та ін. робилися спроби узагальнення пружної задачі про розподіл напружень в околиці вершини тріщини на випадок фізично нелінійної поведінки матеріалу. При цьому авторами використовувалася так звана "ефективна" довжина тріщини $a_{eff} = a + \Delta a$, де Δa - корекція на величину зони пластичності. Такий підхід дозволив отримати грубу оцінку коефіцієнта

інтенсивності напружень в вершині тріщини з деякою малою зоною пластичності. Проте застосовність такого підходу до відшукування точного значення коефіцієнта інтенсивності напружень в загальному випадку є досить спірною, оскільки досі не отримані аналітичні співвідношення, що дозволяють однозначно визначати дійсні розміри і форму зони пластичності залежно від величини прикладеного навантаження для широкого класу матеріалів.

Рядом дослідників пропонувалося використання в якості критерія просування тріщини величину критичного опору зростанню тріщини (R). Для широкого класу матеріалів експериментальним шляхом були встановлені залежності R від довжини тріщини в тонких прямокутних пластинах і листах, що знаходяться в умовах одновісного розтягування. Застосування цього критерію є дуже зручним механізмом передбачування подальшого розвитку магістральної тріщини залежно від її поточної довжини і коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині. Проте на сьогодні цей метод знаходиться на такій стадії свого розвитку, коли усі його переваги перекриваються суттєвим рядом недоліків. Основна проблема полягає в тому, що експериментальні R -криві визначені лише для прямокутних тонких пластин з однонаправленою тріщиною. В літературі є посилання лише на поодинокі спроби отримання R -кривих для зразків складнішої конфігурації, зокрема Кригер і Лиу [253], досліджуючи застосування концепції R -кривої для підкріпленої стрингерами панелі з тріщиною дійшли висновку про суттєву відмінність характеру R -кривих в підкріплених і не підкріплених панелях. Дані ж з визначення R -кривих для багатошарових метало-композитів у відкритих літературних джерелах відсутні зовсім. Крім того, як відзначалося в [252], R -крива суттєво залежить не лише від товщини листа, умов його обробки в процесі виготовлення, наявності залишкових напружень і деформацій, але також і температури, частоти циклу навантаження і безлічі інших факторів. Всі вищеперелічені фактори, з очевидних причин, призводять до неможливості використання концепції R -кривих для прогнозування зростання тріщини в реальних тілах, особливо в таких структурно і конструктивно складних, як машини і апарати хімічного

комплексу.

Саме з цієї причини в даній роботі вирішено було відмовитися від асимптотичних методів відшукування коефіцієнта інтенсивності напружень, скориставшись натомість енергетичним J-інтегралом, заснованим на його зв'язку з похідної потенційної енергії по довжині тріщини, оскільки J-інтеграл, будучи узагальненою функцією енергії, яка виділяється при поширенні тріщини, може бути справедливо застосований для тих випадків, коли присутні значні області пластичних деформацій в районі вершини тріщини.

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right), \quad W = W(x, y) = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

де Γ – замкнутий контур інтегрування; T – вектор напружень, перпендикулярний до контура Γ , $T_i = \sigma_{ij} n_j$; W – енергія деформації одиниці об'єму.

Таким чином, застосування J-інтегралу для визначення величини коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині тріщини дозволяє в рамках єдиного алгоритму проводити рішення як пружної, так і пружно-пластичної задач механіки руйнування, оскільки, як було показано Райсом [91], в разі пружного руйнування J-інтеграл еквівалентний інтенсивності виділення енергії G :

$$J = G, \quad G = K_I^2 / E$$

Окрім цього, J-інтеграл має ще одну важливу особливість: результат обчислення J-інтеграла не залежить від контура і шляху інтегрування і береться не по замкнутому контуру, а межі його інтегрування лежать на берегах тріщини. Саме ці обставини роблять J-інтеграл зручним і ефективним механізмом визначення швидкості розповсюдження магістральних тріщин при чисельному моделюванні процесу прогресуючого тріщиноутворення.

Проте і J-інтеграл при всій наявній своїй універсалізації має деякі межі застосовності. Передусім необхідно відмітити той факт, що контур інтегрування повинен містити в собі лише одну особливість напружено-

деформованого стану, тобто вершину тріщини. Дійсно, при попаданні в контур інтегрування двох і більше тріщин буде отримана загальна енергія, необхідна для їх проростання, проте виділення з цієї загальної енергії складових кожної вершини тріщини є на сьогодні складною і неоднозначною задачею. Ця вимога повною мірою поширюється і на фронти зон розшарування міжшарових заповнювачів, які природним чином оточують вершину тріщини в металевому шарі і розвиваються паралельно з нею.

В зв'язку з цим, в даній роботі для визначення параметрів тріщиноутворення в металевих шарах, окрім J -інтеграла, застосовуються критерії критичного розкриття тріщини і критичного кута розкриття тріщини.

Поняття "Критичне розкриття тріщини" (КРТ) як критерій руйнування в матеріалах з високою в'язкістю і не залежний від довжини тріщини був вперше запропонований Уелсом [88] у 60-х роках минулого століття, проте з ряду причин цьому критерію довгий час не приділялося належної уваги. Пов'язано це в першу чергу з труднощами, що виникають при експериментальному визначенні величини критичного розкриття тріщини випробовуваного зразка матеріалу. На початковій стадії навантаження зразка, коли поведінка тріщини може бути описана лінійними співвідношеннями механіки руйнування, тобто при відносно малих пластичних зонах в вершині тріщини, безпосереднє вимірювання величини розкриття берегів тріщини у її кінчика вкрай проблематично, а у багатьох випадках - практично неможливо. Ті нечисленні виміряні величини КРТ, які вдавалося отримати, визначалися для тонких зразків-пластин, що знаходяться в умовах плосконапруженого стану з постійним розкриттям тріщини по товщині зразка.

Проте, із збільшенням рівня навантаження і, отже, збільшенням розміру зони пластичності, розкриття тріщини істотно збільшується, дозволяючи експериментально виміряти його величину з достатнім ступенем точності, встановивши таким чином таку величину граничного розкриття тріщини в зразку, при якому починається процес зростання тріщини. Як було відмічено Броеком [252], застосовність критерію критичного розкриття тріщини

поширюється на випадки великих пластичних деформацій перед вершиною тріщини, аж до утворення пластичного шарніра.

Паралельно з появою в механіці руйнування параметра критичного розкриття тріщини, рядом дослідників був запропонований так званий "Критичний кут розкриття тріщини", пов'язаний з КРТ очевидними геометричними співвідношеннями в разі лінійної механіки руйнування. При утворенні ж зони пластичної деформації в вершині тріщини, кут розкриття тріщини фактично є характеристикою ступеня "затуплення", або скруглення, вершини тріщини, дозволяючи, по суті, визначити ефективну довжину тріщини.

Переходячи до розгляду механізмів руйнування міжшарових заповнювачів, необхідно, передусім, відмітити деякі особливості їх просторової будови. На відміну від металевих шарів, які, як правило, є матеріалами з ізотропними фізико-механічними властивостями, міжшарові заповнювачі в більшості випадків мають суттєво анізотропні характеристики, причому в разі введення додаткового армування, відмінність у величині меж міцності по різних напрямках може досягати декількох порядків.

Саме цими факторами, а також умовами роботи міжшарових заповнювачів пояснюються особливості механізмів їх руйнування. Утворення і розвиток магістральних тріщин, подібних до тріщин в металевих шарах, в клейових шарах зустрічаються вкрай рідко. Замість цього, залежно від напружено-деформованого стану окремого елемента шару, йому властиві три основні види руйнування.

При дії розтягуючих напружень в площині елемента (рис. 4.4. а) відбувається поява окремих мікротріщин в площині, перпендикулярній вектору нормальних напружень. По мірі збільшення навантаження руйнування прогресує, призводячи до злиття мікротріщин і утворення цілої області макротріщин. В результаті, цей елемент втрачає здатність сприймати нормальні напруження відриву в площині навантаження, зберігаючи при цьому здатність сприймати стискаючі напруження.

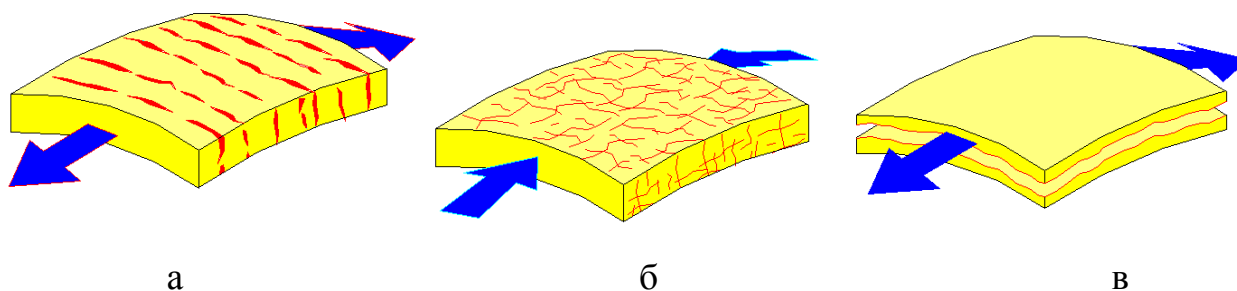


Рисунок 4.4 - Основні схеми руйнування міжшарових заповнювачів: а – під дією розтягуючих напружень; б – під дією стискаючих напружень; в – під дією дотичних напружень

Під дією стискаючих напружень в площині елементу (рис. 4.4.б) також відбувається поява окремих мікротріщин, проте їх орієнтація, найчастіше, носить хаотичний характер. Подальше злиття мікротріщин призводить до повного руйнування елементу (розкришування), і, як результат, повної втрати елементом його несучої спроможності.

Дія дотичних напружень в площині елементу призводить до утворення особливого виду руйнування - розшарування. В результаті розшарування елемент клею втрачає спроможність сприймати нормальні розтягуючі напруження в площині, перпендикулярній площині розшарування, зберігаючи при цьому можливість сприймати усі інші компоненти вектора напружень.

В умовах же реальної роботи, елемент міжшарового заповнювача знаходиться в умовах складного напружено-деформованого стану і в тій або іншій мірі схильний до дії всіх компонент тензора напружень. Зважаючи на це, для достовірного моделювання процесів руйнування клейових елементів необхідне комплексне дослідження всіх можливих схем руйнування.

На сьогодні існують і успішно розвиваються два основні напрями оцінки міцності і несучої спроможності клейових елементів: в рамках механіки руйнування і з використанням феноменологічних критеріїв міцності.

Феноменологічний підхід є дієвим інструментом визначення причин виникнення зон руйнування елементів клею, дозволяючи при цьому намітити

шляхи і механізми їх подальшого розвитку. Створення і впровадження в інженерну практику широкого спектру композиційних матеріалів, що мають різноманітні фізико-механічні і міцнісні властивості, передбачає адекватне застосування тих або інших критеріїв міцності, які коректно описують особливості просторової будови, умови роботи і напружено-деформований стан даних елементів. В даний час в практиці інженерних розрахунків широке застосування знайшли критерії максимальних напружень [254] і деформацій [255], Мізеса-Хіла [256], Норріса [257], Чамиса [258], Лебедева-Писаренко [259], Гольденבלата [260], Ашкеназі [261] та ін. Аналіз результатів чисельних експериментів, проведених для широкого класу об'єктів хімічного машинобудування, виконаних із застосуванням метало-композитних пакетів, показав доцільність застосування критерію міцності Норріса, який комплексно враховує усі компоненти напружень даного елементу:

$$S = \left[\frac{\sigma^{11}}{\sigma_1^\pm} \right]^2 + \left[\frac{\sigma^{22}}{\sigma_2^\pm} \right]^2 + \left[\frac{\sigma^{33}}{\sigma_3^\pm} \right]^2 + \left[\frac{\sigma^{12}}{\sigma_{12}^\pm} \right]^2 + \left[\frac{\sigma^{13}}{\sigma_{13}^\pm} \right]^2 + \left[\frac{\sigma^{23}}{\sigma_{23}^\pm} \right]^2$$

Оцінка параметрів тріщиноутворення на базі співвідношень механіки руйнування також має свої безперечні переваги, дозволяючи деталізувати напружено-деформований стан по фронту розшарування [212].

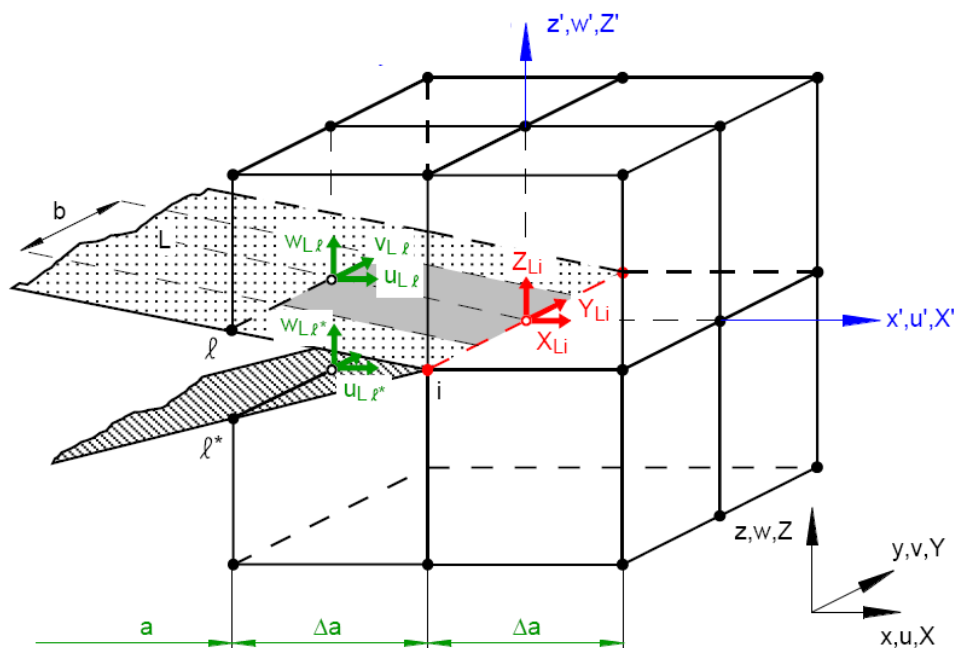


Рисунок 4.5 - Тривимірна модель фронту розшарування

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} Z_i (w_l - w_{l^*})$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} X_i (u_l - u_{l^*})$$

Визначення величини енергії G , необхідної для новоутворення тріщини розшарування на довжину Δa , дозволяє ефективно використовувати співвідношення залежностей втомного зростання тріщин розшарування $\Delta a/dN - \Delta G$ для вирішення задачі з визначення циклічної тріщиностійкості клейових елементів. Окрім цього, при вирішенні задачі з визначення залишкової міцності клейового шару, порівняння поточного значення величини енергії G з гранично допустимим для цього матеріалу значенням G_{cr} , дозволяє встановити момент початку процесу лавиноподібного руйнування матеріалу.

Таким чином, на основі приведених співвідношень механіки руйнування із застосуванням феноменологічних критеріїв міцності вдалося створити єдиний комплексний алгоритм моделювання процесів розповсюдження магістральних тріщин і зон розшарування в багат шарових метало-композитах з урахуванням усіх характерних факторів і специфічних особливостей їх руйнування.

В даний час вирішення нелінійних задач механіки просторових конструкцій в загальному випадку можливо лише на основі залучення чисельних методів розрахунку. Відомий ряд методів вирішення фізично і геометрично нелінійних задач. В практиці дослідження нелінійної поведінки просторових конструкцій широкого розповсюдження набули ітераційні методи, класифікація яких може бути проведена таким чином:

- а) методи, що використовують змінну матрицю жорсткості в процесі ітерування;
- б) методи інтегрування з одноразово сформованою матрицею жорсткості;
- в) методи, які поєднують а) і б) і передбачають періодичне перетворювання матриці жорсткості.

Вибір методів для визначення напружено-деформованого стану

конструкції з урахуванням її нелінійної роботи обумовлений конкретною задачею, що стоїть перед дослідником. Так еволюційна (поступова) зміна деформаційних властивостей конструкції внаслідок пластичних деформацій успішно моделюється по методу додаткових навантажень, а різкі зміни деформаційності внаслідок тріщиноутворення спричиняють за собою необхідність переформовування матриці жорсткості, щоб добитися швидкої і стійкої збіжності.

Для дослідження фізично і (або) геометрично нелінійних процесів деформування просторових конструкцій ефективно використовуються різні варіанти методу інтегрування по параметру навантаження: навантаженню - м'яке навантаження, або зміщенню - жорстке навантаження. При цьому, як правило, застосовують кроково-ітераційні методи, що забезпечують можливість отримання на кожному кроці інтегрування повної і фізично достовірної картини напружено-деформованого стану досліджуваної конструкції. Вибір алгоритму вирішення задачі в приростах доцільний тим, що на його основі може бути реалізована як теорія пластичної течії, яка встановлює зв'язок між приростами напружень і деформацій, так і деформаційна теорія пластичності, що пов'язує їх повні значення. Моделювання нелінійної діаграми роботи "напруження - деформація" здійснюється різними методами: шляхом корекції жорсткісних характеристик, тензора напружень або тензора деформацій. Необхідно відмітити, що у зв'язку з моделюванням руйнування розбиття шляху навантаження на кроки, що застосовуються зазвичай при інтегруванні по параметру, набуває особливо важливого значення. Це викликано тим, що тріщиноутворення спричиняє раптову зміну деформаційних властивостей конструкції і еволюційна картина руйнування при великому кроці по параметру може бути спотворена. Застосування методу інтегрування з дрібним кроком розбиття шляху навантаження доцільно також з тієї причини, що однією з основних задач даної роботи є не лише визначення несучої здатності просторових конструкцій, але також детальне вивчення реальної картини руйнування на усьому шляху навантаження.

Аналіз літературних джерел показав, що, незважаючи на порівняно велику кількість публікацій по дослідженню фізично нелінійних процесів при навантаженні однорідних тонкостінних елементів, роботи, присвячені цій проблемі для просторових конструкцій, з урахуванням великих переміщень, практично відсутні. Це свідчить про необхідність розробки ефективного алгоритму чисельного моделювання роботи просторових конструкцій при одночасному урахуванні як геометрично, так і фізично нелінійних процесів, що протікають при їх навантаженні.

4.2 Алгоритм вирішення фізично і геометрично нелінійної задачі теорії просторових конструкцій

Як відзначалося вище, найбільш ефективним при вирішенні нелінійних задач, виявилось використання кроково-ітераційних методів. В даній роботі для вирішення фізично і геометрично нелінійної задачі реалізований кроково-ітераційний алгоритм послідовних навантажень, заснований на модифікованому методі Ньютона-Канторовича. Переформовування матриці жорсткості (метод змінних жорсткостей) виконується на початку чергового кроку по навантаженню (для врахування деформованої розрахункової схеми) і після кожного етапу просування тріщини (для врахування еволюційних процесів руйнування). Врахування пластичної роботи матеріалу здійснюється в процесі ітерацій по методу додаткових навантажень. Складність задачі спільного урахування двох нелінійних факторів зажадала розробки нового економічного і універсального алгоритму, що складається з трьох основних блоків:

- 1) блоку, що реалізовує інтегрування по параметру навантаження;
- 2) блоки, що забезпечують обчислення "додаткових навантажень";
- 3) блоки, що реалізують метод змінних жорсткостей і метод змінних апроксимацій.

Розглянемо роботу кожного з блоків окремо. Для зручності представлення основних співвідношень, які підлягають алгоритмізації,

доцільно використовувати наступні інформаційні поля:

P_n - поле вузлових узагальнених навантажень, що прикладаються до конструкції; розмірність поля $9 \times N$, де N - кількість вузлів дискретної моделі конструкції;

R_n - поле вузлових реакцій; розмірність $9 \times N$;

r_n - поле вузлових нев'язок; розмірність $9 \times N$;

U_n - поле накопичених узагальнених вузлових переміщень; розмірність $9 \times N$;

ΔU_n - поле приростів вузлових узагальнених переміщень; розмірність $9 \times N$;

σ_l - поле накопичених напружень в СЕ; розмірність $18 \times L$, де L - кількість скінчених елементів в конструкції;

k - матриця жорсткості ансамблю розмірністю $9N \times 9N$.

Однією з головних проблем реалізації методу інтегрування по параметру, стосовно нелінійного розрахунку просторових конструкцій, є правильний вибір параметра спуску (навантаження і переміщення) і величини його приросту. Очевидно, що урахування фізичної нелінійності пред'являє ще жорсткіші вимоги до вибору параметра спуску і до призначення величини його приросту на початку кожного кроку інтегрування. В даній роботі параметрами спуску приймаються або величина узагальненого навантаження P_i , або переміщення U_i характерного вузла (декількох вузлів) конструкції. Причому, передбачена можливість автоматичної зміни параметрів в процесі вирішення задачі. Якщо виконується умова:

$$\left| (P_{i-1} - P_{i-2}) / \Delta U_n^{i-1} \right| \geq C \left| (P_i - P_{i-1}) / \Delta U_n^i \right|, \quad (4.1)$$

(де $C = 0 - 10^{10}$ – коефіцієнт управління зміною параметра спуску), то як параметр інтегрування приймається навантаження, інакше - переміщення.

Спільне вирішення геометрично і фізично нелінійної задачі пред'являє особливо жорсткі вимоги не лише в питанні вибору параметра інтегрування, але також і до визначення величини його покрокового приросту. Автоматизація цієї процедури дозволила значно скоротити час дослідження нелінійної

поведінки просторових конструкцій. При збільшенні в процесі ітерацій суми квадратів нев'язок, щоб уникнути аварійної зупинки ЕОМ через переповнювання арифметичного пристрою, проводиться повернення до стану, що мав місце в кінці попереднього кроку, і подальше інтегрування проводиться при зменшеному в K разів прирості параметра інтегрування. Профілактична зміна кроку параметра інтегрування також проводиться в момент уповільнення збіжності ітераційного процесу (аналогічно вищевикладеній процедурі) або при його прискоренні (проводиться збільшення кроку навантаження). Можливо також в разі потреби проводити зміну знаку параметра інтегрування.

Таким чином, після підготовчої роботи по вибору параметра спуску і визначенню величини кроку інтегрування починається ітераційний процес згідно алгоритму модифікованого методу Ньютона-Канторовича. Застосування цього методу в разі вирішення геометрично і фізично нелінійної задачі на деякому l -му кроці інтегрування передбачає наступні етапи:

1. На підставі даних про напружено-деформований стан конструкції на ітерації $n-1$, які використовуються для визначення компонент поля вузлових реакцій R_{n-1} , обчислюються вузлові нев'язки:

$$\{r_{n-1}\} = \{P_l\} - \{R_{n-1}\}. \quad (4.2)$$

2. Проводиться перевірка умов рівноваги:

$$\sum r_{n-1}^2 \leq \varepsilon \sum P_l^2 \quad (4.3)$$

де ε - константа, що характеризує необхідну ступінь точності виконання умов рівноваги. В разі порушення умови (4.3) необхідно уточнити параметри напружено-деформованого стану, для чого отримати нове рішення системи розв'язувальних рівнянь.

3. Корекція матриці жорсткості всередині кроку інтегрування проводиться тільки в разі поширення зон руйнування в конструкції або виникнення нових.

4. Надалі, вирішуючи задачу з відкоригованою матрицею жорсткості, визначаються значення приростів переміщень ΔU_n . Причому, як вузлові

навантаження використовується поле нев'язок r_{n-1} .

5. Накопичуючи в полі ΔU_l компоненти вектора приросту переміщень ΔU_n на n -й ітерації по формулі:

$$\{\Delta U_l\} = \{\Delta U_l\} + \{\Delta U_n\}, \quad (4.4)$$

обчислюємо загальне поле приростів ΔU_l . Процедури 1 – 5 повторюються до тих пір, поки рівняння рівноваги не будуть задовільнені з необхідною точністю. В результаті отримуємо рівноважний напружено-деформований стан просторової конструкції, який відповідає l -му рівню параметра інтегрування:

$$\{U_l\} = \{U_{l-1}\} + \{\Delta U_l\}; \quad \bar{\sigma}_l = \bar{\sigma}_{l-1} + \Delta \bar{\sigma}_l. \quad (4.5)$$

Надалі крокова процедура повторюється до тих пір, поки конструкцією не буде вичерпаний ліміт її міцнісних або експлуатаційних характеристик.

В даній роботі метод змінних жорсткостей лежить в основі моделювання процесу розповсюдження тріщин, причому, алгоритмічно він пов'язаний таким чином, що входить внутрішнім циклом в блок вирішення геометрично нелінійної задачі і реалізується таким чином:

1. Після вирішення геометрично і фізично нелінійної задачі (мається на увазі фізична нелінійність, обумовлена пластичною поведінкою матеріалу конструкції) теорії просторових конструкцій на l -му кроці інтегрування по параметру з'являється можливість оцінити рівень напружено-деформованого стану в кожному скінченному елементі.

2. На основі тензора накопичених напружень $\bar{\sigma}_l$ проводиться перевірка функції міцності СЕ і записується інформація про її значення в окремому полі.

3. В подальшому після порівняння набутих значень функції міцності S з одиницею виконується процедура "просування" тріщини для тих СЕ, матеріал яких досяг межі міцності, тобто:

$$S_n \geq 1. \quad (4.6)$$

В разі виконання умови (4.6) проводиться також визначення і запис основних параметрів тріщин. Причому, алгоритмічно передбачено декілька

можливостей "просування" тріщин : а) в одному скінченному елементі, де має місце максимальне перевищення межі міцності, б) відразу в усіх СЕ конструкції, для яких виконується умова (4.6). Детальне дослідження збіжності рішень при використанні цих двох підходів приведене в додатку і, як показали дослідження, для класу задач, розглянутих в цій роботі, найбільш ефективним виявився другий підхід. Після "просування" тріщин необхідно відновити рівновагу дискретної моделі, для чого перейти до п. 1.

4. Процедура 1 - 3 виконується до тих пір, поки процес розповсюдження тріщин в конструкції не припиниться, тобто для усіх СЕ конструкції $S_m \leq 1$. Після цього можна здійснити черговий приріст параметра.

Таким чином, в рамках єдиного запропонованого алгоритму моделюються три нелінійні процеси: геометрична нелінійність, пластична деформація матеріалу і руйнування. Необхідно відмітити, що нелінійна робота просторової системи на поточному кроці навантаження, спричинена пластичністю і великими переміщеннями на поточному кроці інтегрування, моделюється на основі методу додаткових навантажень, а нелінійність внаслідок прогресуючого зростання тріщин і зміни геометрії дискретної моделі від одного кроку інтегрування до іншого описується на основі методу змінних жорсткостей.

При чисельному вирішенні геометрично і фізично нелінійних задач велике значення набуває моделювання не лише активного навантаження конструкції, але і розвантажувальних явищ. Причому, особливу гостроту це питання набуває при дослідженні процесу розповсюдження тріщин в просторових системах. Процес навантаження просторових конструкцій, що супроводжується приростом тріщин, призводить до переважно активного навантаження матеріалу системи, проте в локальних зонах конструкції внаслідок прогресуючого руйнування або проходження точок біфуркацій можливе тимчасове розвантаження. В даній роботі моделювання розвантажувальних ефектів проводиться таким чином. Приріст напружень в разі активного навантаження на l -му кроці по навантаженню визначається на

основі співвідношень теорії пластичності (наприклад, деформаційної теорії пластичності):

$$\Delta \sigma_m^{ij} = \Delta c_m^{ijkl} e_{lkt}^m + \bar{c}_m^{ijkl} \Delta e_{lkt}^m, \quad (4.7)$$

$$\text{де } \Delta c_m^{ijkl} = c_m^{ijkl}(e_{rp}^m) - c_m^{ijkl}(e_{l-1rp}^m), \quad \bar{c}_m^{ijkl} = \frac{1}{2} \left\{ c_m^{ijkl}(e_{rp}^m) - c_m^{ijkl}(e_{rp}^m) \right\},$$

e_{rp}^m - тензор деформацій m -го шару на l -му кроці навантаження;

$$\Delta e_{rp}^m = e_{l rp}^m - e_{l-1 rp}^m. \quad (4.8)$$

В разі розвантаження прирости напружень в шарі m визначаються за допомогою початкового тензора констант деформації:

$$\Delta \sigma_m^{ij} = c_{0m}^{ijkl} \Delta e_{lkt}^m, \quad (4.9)$$

де c_{0m}^{ijkl} - тензор пружних констант, що відповідає ненавантаженому стану шару.

Для вирішення питання про характер навантаження (активне або розвантаження) використовуються еквівалентні напруження σ . Збільшення σ свідчить про активне навантаження матеріалу, а зменшення - розвантаження. Щоб визначити можливість урахування розвантаження в рамках розробленого алгоритму, в даній роботі процес формування поля S , в яке заносяться значення σ , відбувається таким чином. Значення якого-небудь параметра цього поля, досягнуте до кінця ітераційного процесу (тобто для рівноважного стану), запам'ятовується за умови, що $\Delta S = S_l - S_{l-1} > 0$, тобто тільки в тому випадку, якщо нове значення більше за попереднє. Інакше (при $\Delta S < 0$, що відповідає процесу розвантаження матеріалу) значення параметра у відповідному полі не коригується до тих пір, поки розвантаження не зміниться активним навантаженням. Виняток становить процедура "просування" тріщин. Після просування тріщини SE розвантажується і нове значення параметра σ заноситься в поле S , не дивлячись на те, що воно менше наявного там.

Відповідно до прийнятої гіпотези, в даній роботі при виконанні

процедури просування тріщин напруження в елементі конструкції після його часткового руйнування визначаються при "заморожених" переміщеннях вузлів дискретної моделі по повних деформаціях, досягнутих до моменту руйнування. Причому, в даному випадку використовується відкоригований з урахуванням тріщин, що утворилися, початковий тензор констант деформації:

$${}^T C_m^{ijkl} = {}^T C_m^{ijkl} (C_{0m}^{ijkl}). \quad (4.10)$$

4.3 Алгоритм чисельного моделювання процесу втомного зростання тріщин

Для вирішення фізично нелінійних задач механіки руйнування реалізований кроково-ітераційний алгоритм послідовних навантажень, заснований на модифікованому методі Ньютона-Канторовича.

На основі отриманої початкової інформації система автоматично генерує скінчено-елементну модель конструкції з урахуванням всіх геометричних особливостей і параметрів початкових тріщин.

Для кожного кроку по тріщині проводиться формування матриці жорсткості конструкції з наступною її тріангуляризацією.

В циклі по навантаженню виконується наступний набір операцій:

- 1) Після визначення по методу Ньютона-Канторовича компонент вектора напружень і тензора переміщень об'єкту дослідження (фізично нелінійна поведінка матеріалу описується на основі теорії пластичної течії з ізотропним трансляційним зміцненням) виконується обчислення приросту J-інтеграла (ΔJ_1^i) і його накопичення ($J_1^i = J_1^i + \Delta J_1^i$) для кожної i-ї вершини тріщини;
- 2) У випадку рівності рівня навантаження максимальному і мінімальному навантаженням циклу підрахунок відповідних значень коефіцієнтів інтенсивності напружень в вершині кожної тріщини ($K_1^{i \max} = K_1^i$ при $P_n = P_{\max}^{\text{fatigue}}$ і $K_1^{i \min} = K_1^i$ при $P_{\min}^{\text{fatigue}}$);
- 3) Перевірка рівня навантаження: при поточному значенні

навантаження, менше максимального значення навантаження циклу, збільшуємо рівень навантаження ($P_n = P_n + \Delta P$), після чого цикл по навантаженню повторюється.

По досягненню максимального навантаження циклу виконуються обчислення:

- 1) Визначення приростів коефіцієнтів інтенсивності напружень в вершині кожної i -ої тріщини: $\Delta K_1^i = K_1^{i \max} - K_1^{i \min}$;
- 2) Визначення номера провідної тріщини. Провідною тріщиною приймається та, значення ΔK_1 якої на цьому кроці по тріщинах виявилось максимальним;
- 3) Визначення приросту довжини провідної тріщини da :

$$\frac{da}{dN} = 1e^{-4} \left(\frac{\Delta K}{C} \right)^n \text{ (формула Періса)}$$

Показник ступеня n в розрахунках прийнятий рівним 3, емпіричний коефіцієнт C визначається як функція від ΔK по експериментальній діаграмі $da/dN - \Delta K$.

- 4) По відомих значеннях ΔK_1^i і кількості циклів dN визначаються прирости довжин da_i інших (відомих) тріщин.
- 5) Визначення загальної кількості циклів: $N = N + dN$.

При загальній кількості циклів, меншій встановленого максимального значення, виконується наступний набір операцій:

- 1) Накопичення довжин кожної i -ої тріщини: $a_i = a_i + \Delta a_i$.
- 2) Переформовування скінчено-елементної сітки з урахуванням нових довжин тріщин.
- 3) Розвантаження до $P_i = P_{\min} - \Delta P$.

Після цього йде повторний захід на формування матриці жорсткості конструкції, цикл по вантаженню і так далі.

Після досягнення загальної кількості циклів встановленого максимального значення виконується умова зупинки рішення задачі по циклічному навантаженню, виконується запис отриманих результатів рішення

задачі.

При необхідності продовження рішення задачі для визначення залишкової міцності конструкції реалізований відповідний алгоритм, в якому прирости довжин всіх тріщин визначаються по відомих K_1^i на основі R- кривих, а критерієм зупинки рішення задачі є досягнення максимального навантаження або перевищення однією або декількома тріщинами встановлених для них максимальних довжин.

4.4. Дослідження ефективності алгоритму чисельного моделювання втомного зростання тріщин в фізично і геометрично нелінійній постановках

Складність дослідження ефективності алгоритму чисельного моделювання втомного зростання тріщин в фізично і геометрично нелінійній постановках полягає в тому, що вирішення подібного роду задач передбачає аналіз безлічі параметрів, кожен з яких може істотним чином вплинути не лише на процес збіжності, але також на достовірність отриманих результатів. В даній роботі досліджувалися наступні основні питання:

- 1) збіжність чисельних рішень при згущуванні сітки в стадії пружної роботи матеріалу;
- 2) збіжність рішень задачі моделювання пластичного деформування матеріалів конструкції залежно від густини розрахункової сітки;
- 3) збіжність чисельних рішень при моделюванні просування тріщин залежно від кількості СЕ, руйнування яких допускалося одночасно:
 - а) при просуванні тріщини тільки в одному СЕ, де спостерігалось максимальне перевищення умови міцності;
 - б) при просуванні тріщин в групі СЕ, в яких порушувався критерій міцності.

Для апробації розроблених алгоритмів і перевірки отриманих результатів було вирішено ряд контрольно-тестових задач.

Для перевірки коректності роботи алгоритму вирішення задачі по автоматичному втомному просуванню тріщини вирішено задачу з визначення кількості циклів навантаження для плити завтовшки 2 мм і шириною 70 мм, виконаною з алюмінію марки 2024-T3 під дією розтягуючого навантаження інтенсивністю 8 кгс/мм^2 (78,45 МПа) [252]:

Як свідчить порівняльний аналіз отриманих результатів (рис. 4.6.), чисельний експеримент якісно і кількісно відповідає даним натурного експерименту по параметру швидкості росту втомної тріщини в зразку.

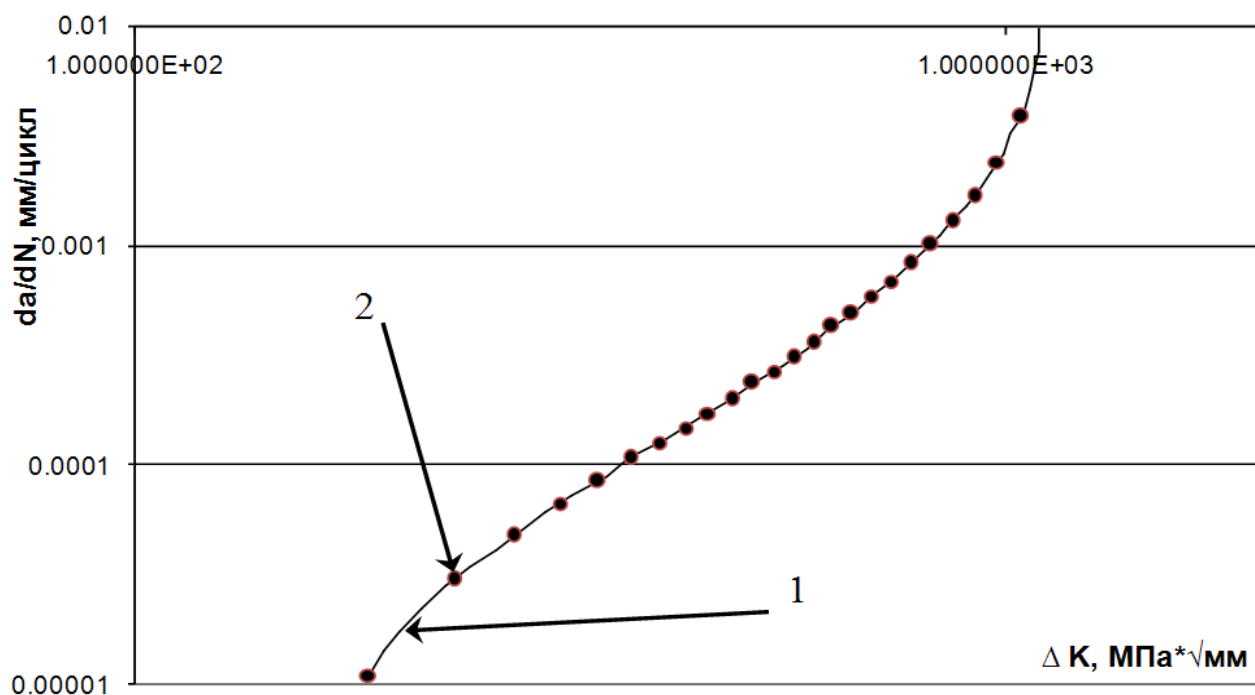


Рисунок 4.6 - Порівняння результатів експериментів: 1 – натурного експерименту по [252]; 2 – чисельного експерименту на базі MSCe

Для перевірки алгоритму по автоматичному втомному просуванню зони розшарування, було вирішено задачу по чисельному моделюванню натурного експерименту [264], метою якого було визначення кількості циклів навантаження DCB (рис. 4.7) зразка до моменту його руйнування.

В якості початкової інформації були прийняті геометричні і фізико-механічні параметри зразка, вказані в роботі [264], а також діаграма $da/dN - \Delta G$ для матеріалу BFG528E (рис. 4.8).

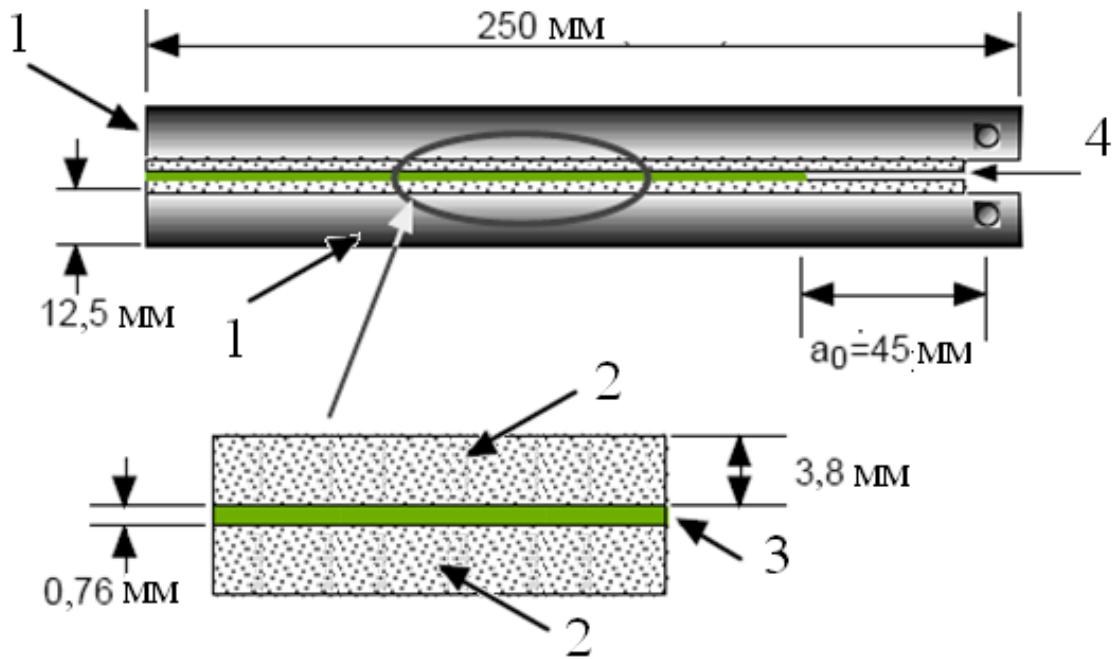


Рисунок 4.7 - Схематичне зображення DCB зразка [264]: 1 – алюмінієві листи; 2 – композитна плита; 3 – клейовий шар; 4 – початок тріщини

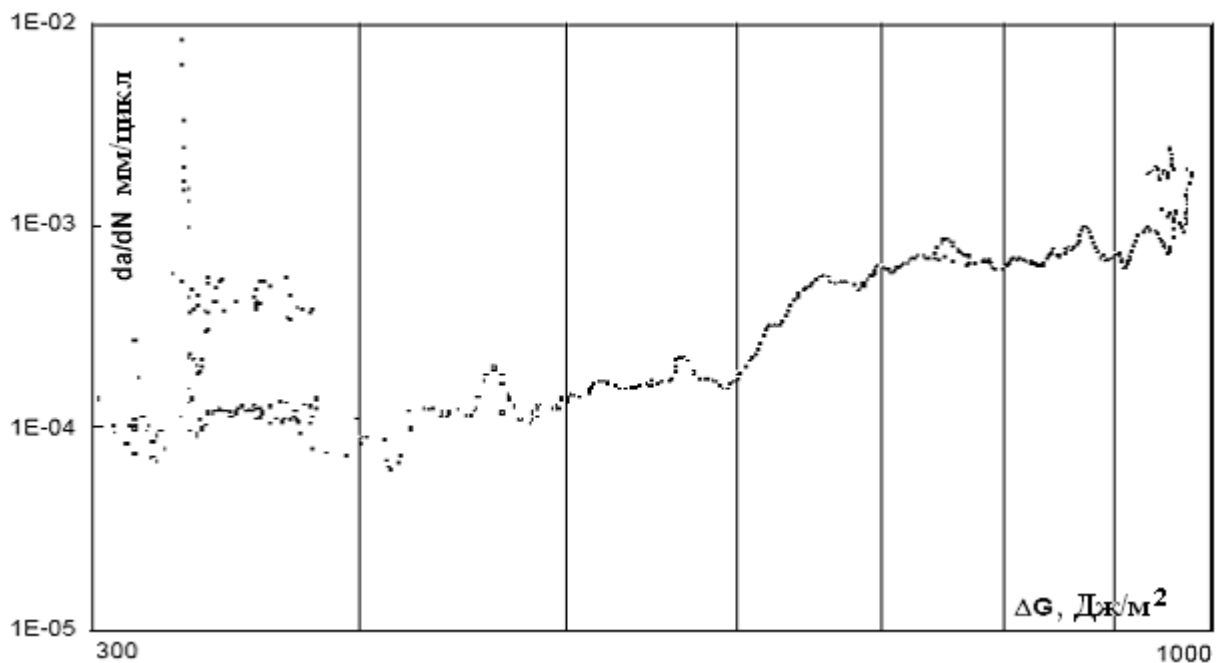


Рисунок 4.8 - $da/dN - \Delta G$ діаграма для матеріалу BFG528E [264]

Аналіз результатів чисельного експерименту дозволив встановити практично повне (до 2,4%) узгодження з результатами натурного експерименту як по параметру рівня пружної енергії, що вивільнялася (рис. 4.9), так і за швидкістю зростання зони розшарування залежно від кількості циклів

навантаження (рис. 4.10). Окрім цього, чисельний експеримент дозволив якісно відтворити усі етапи розповсюдження тріщини: стадію початкового зростання тріщини (до точки "А"), стадію послідовного зростання розшарування (відрізок "А-Б"), а також початок і характер швидкого лавиноподібного руйнування.

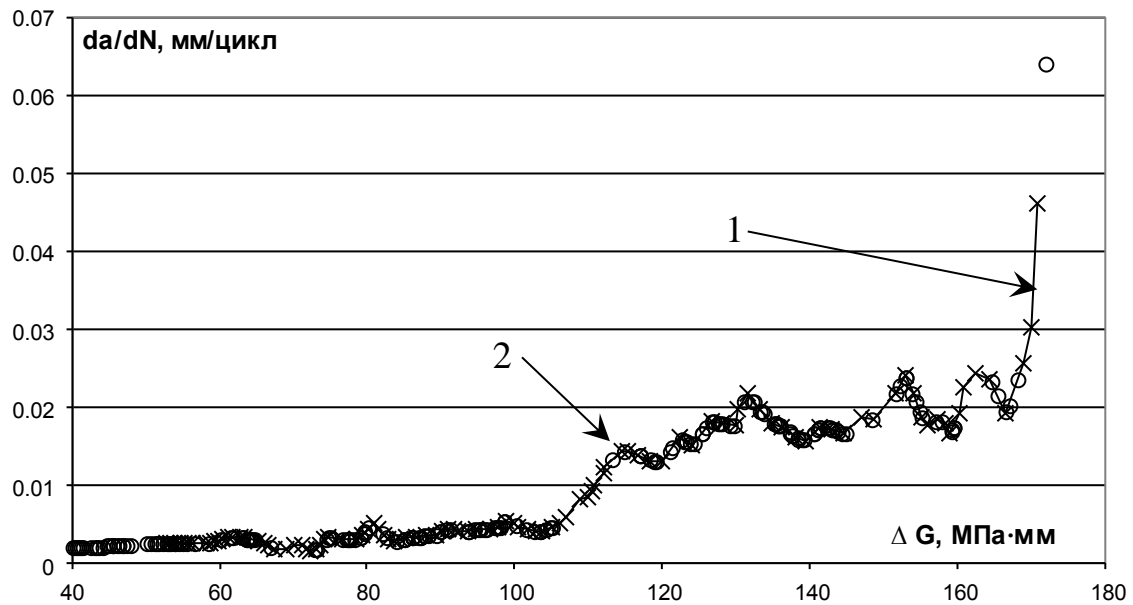


Рисунок 4.9 - Порівняння результатів експериментів за параметром рівня пружної енергії, що вивільняється

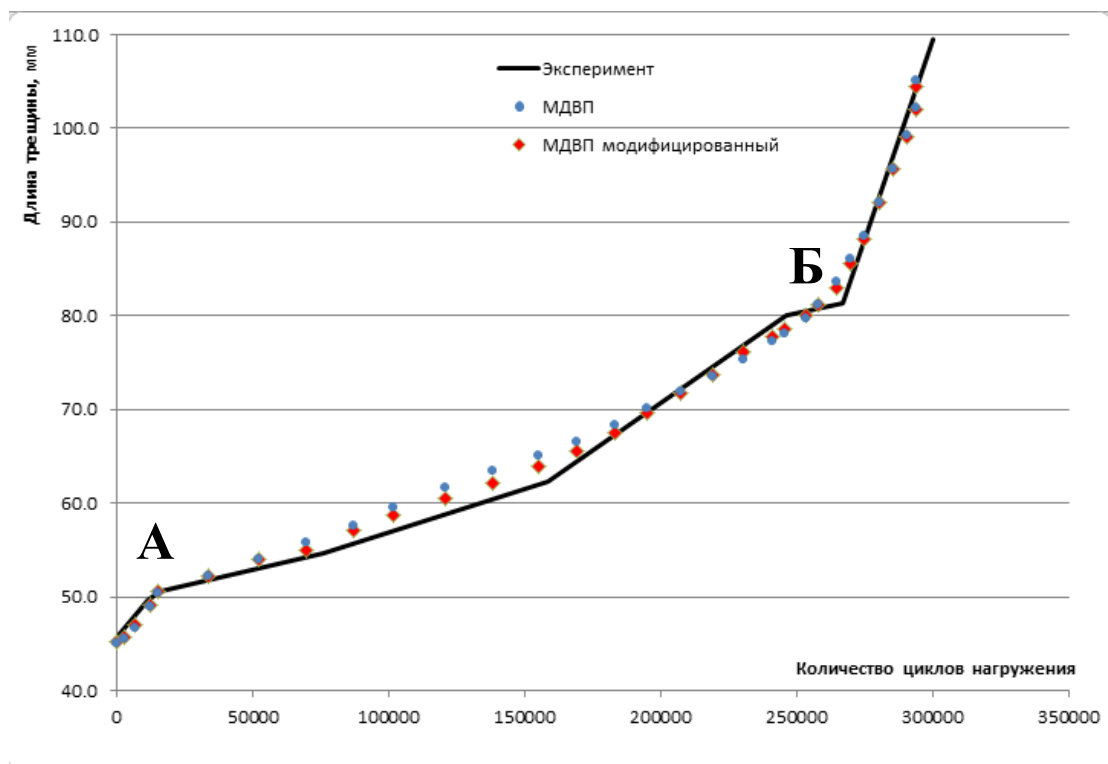


Рисунок 4.10 - Порівняння результатів експериментів по швидкості росту тріщини

Зростаючі вимоги, що пред'являються до матеріалів нового покоління технологічних і магістральних трубопроводів з метою зниження їх питомої ваги, підвищення параметрів міцності, корозійної стійкості і довговічності, а також зниження матеріаломісткості і витрат праці при їх виготовленні, призводять до необхідності розробки і впровадження в практику проектування нових багатошарових структурних композитів.

Провідні світові виробники конструкційних матеріалів в даний час освоюють виробництво нових металевих гібридних матеріалів стосовно використання їх у виробництві трубопроводів високого тиску, термін експлуатації яких традиційно обмежений рівнем статичних і втомних напружень, а також вимогами до тріщиностійкості і залишкової міцності.

В той же час, в більшості країн світу застосування якого-небудь нового матеріалу для виготовлення таких відповідальних і потенційно небезпечних з екологічного погляду об'єктів неможливо без їх всебічного дослідження і відповідної сертифікації. Однією з обов'язкових умов такої сертифікації матеріалів є підтвердження їх показників по цілому ряду параметрів, в тому числі і по циклічній тріщиностійкості. Зважаючи на величезну кількість компоновок метало-композитів, а отже і необхідності визначення параметрів виготовлених з них виробів, очевидною стає необхідність створення ефективних методик їх розрахунку, здатних з достатньою мірою точності промодельовати натурний експеримент, і таким чином, зменшивши об'єм лабораторних досліджень, суттєво здешевити, а головне прискорити процес створення нових матеріалів і їх впровадження у виробництво.

В [266] детально описано компонування такого нового метало-композитного пакету, а також схему і умови визначення параметрів його тріщиностійкості.

Дослідницьким центром Національної аерокосмічної лабораторії Нідерландів (NLR) була проведена серія натурних експериментів з визначення параметрів циклічної тріщиностійкості алюмінієвих панелей, підкріплених метало-композитними пакетами різної товщини і компонування, що

знаходяться в умовах одновісного циклічного розтягування.

Для проведення експерименту застосовувалася повномасштабна тестова установка заввишки 8,2 м і максимальним зусиллям розтягування 980 кН з постійним контролем параметрів температури і вологості в приміщенні (рис. 4.11).



Рисунок 4.11 - Загальний вигляд експериментальної установки [266]

Досліджувалося 12 підкріплених панелей 1270x516 мм, завтовшки 3 мм, 6,3 мм і 12,7 мм. Програма експерименту передбачала дослідження втомного зростання тріщин в цих панелях під дією навантаження постійної амплітуди ($R=0,1$) і максимальним навантаженням різної величини – $S_{\max} = 103, 137$ і 151 МПа. Контроль величини навантаження, що прикладається гідравлічною системою, здійснювався на всіх етапах проведення експерименту за допомогою цифрового сервоконтролера MTS 407. Кожна з панелей була оснащена 12-ма тензометрами по всій довжині просування тріщини (рис. 4.12). Для визначення подовження кожної панелі використовувалися лінійно регульовані диференціальні трансформатори.

Контроль довжини тріщини на кожному етапі її просування здійснювався оптичним методом за допомогою цифрового мікроскопа (рис. 4.13). Для визначення параметра величини розкриття тріщини, виміри виконувалися при досягненні навантаженням максимального значення S_{\max} .

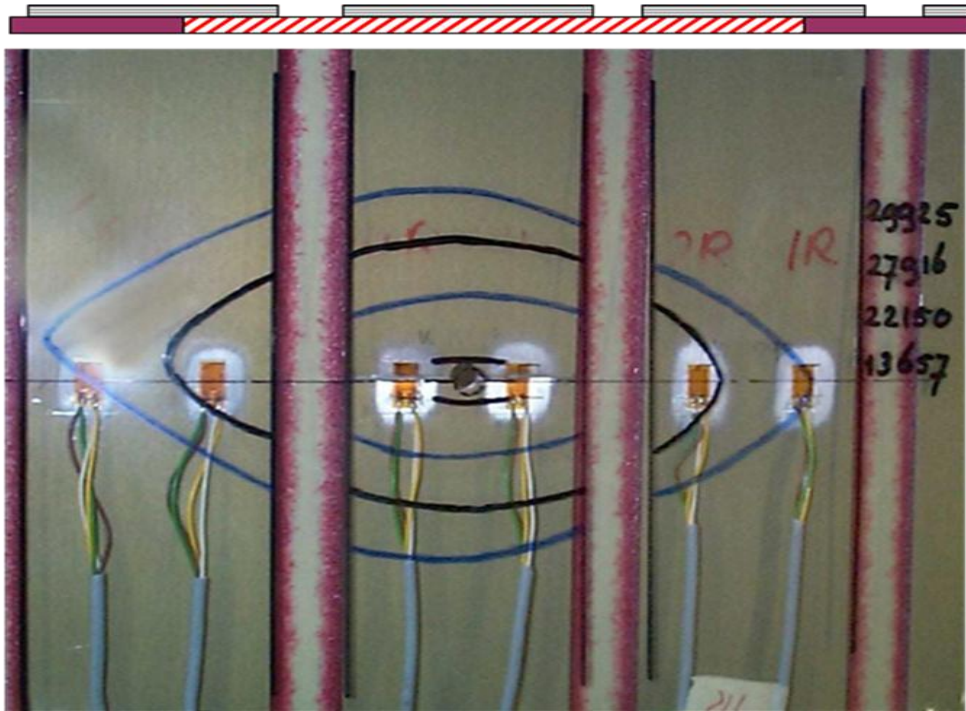


Рисунок 4.12 - Схема розташування тензометрів на тестовій панелі [266]

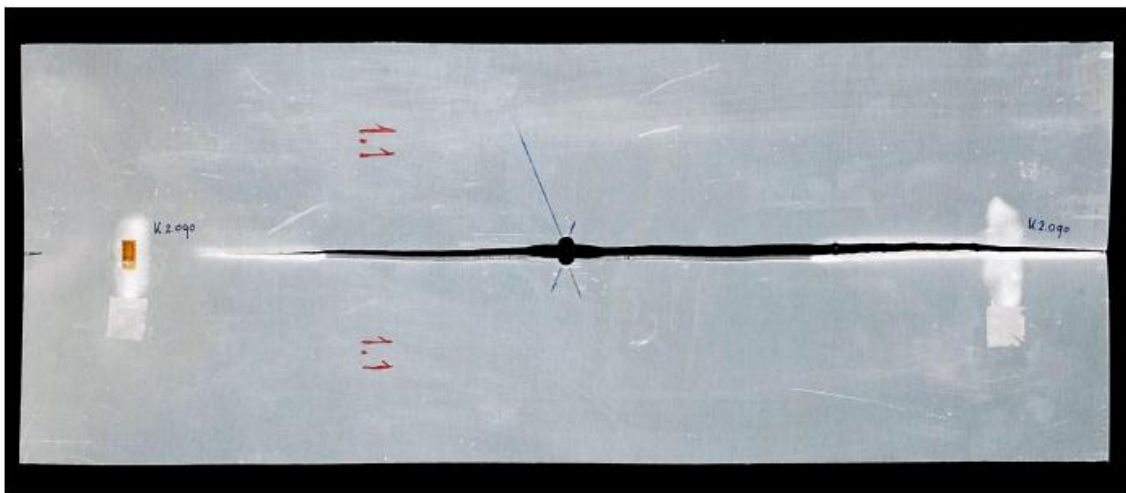


Рисунок 4.13 - Знімок зворотної сторони тестової панелі для визначення довжини тріщини і величини її розкриття

Дослідження фронтів розшарування, що протікає в тестових панелях, проводилося двома способами - неруйнівним методом ультразвукового сканування (рис. 4.14) і витравленням кожного окремо взятого клейового шару для виявлення поверхні розшарування після попереднього повного роз'єднання всіх шарів.

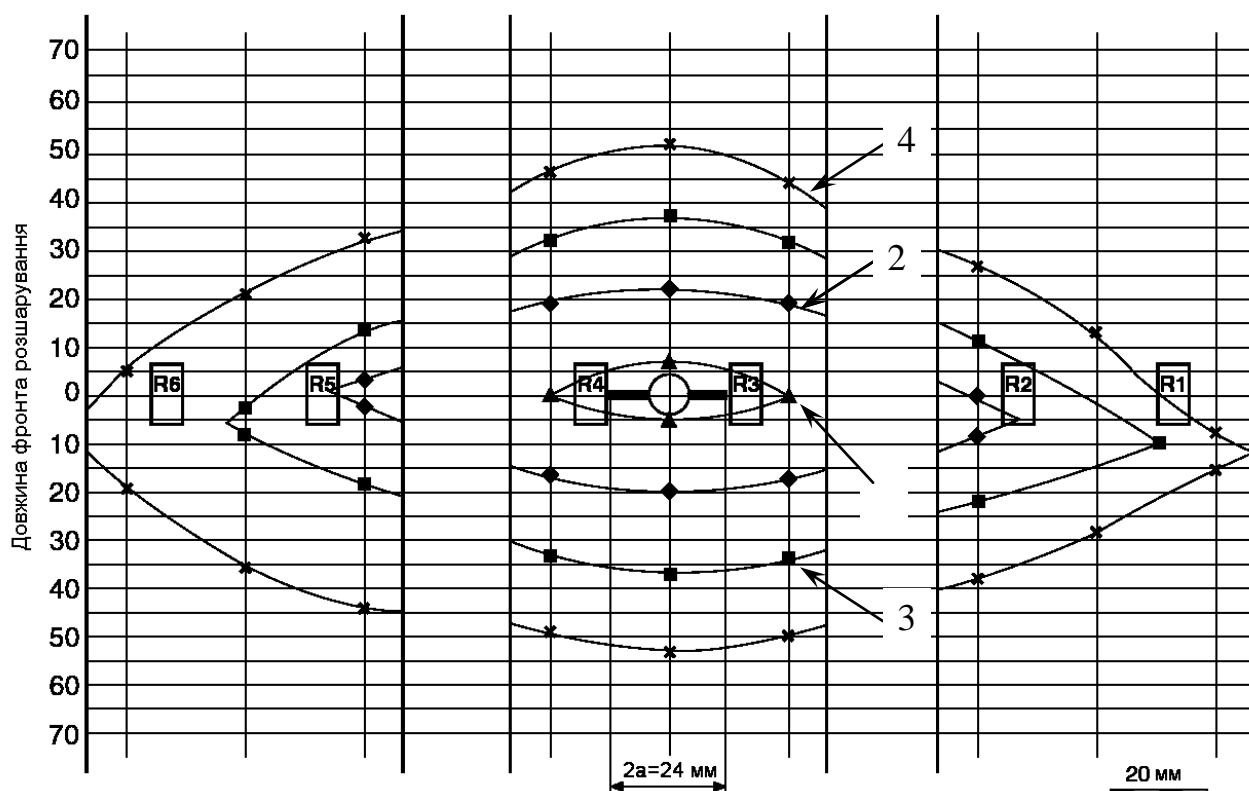


Рисунок 4.14 - Схема поширення зон розшарування в панелі залежно від кількості циклів навантаження, отримана методом ультразвукового сканування:
1 – 13585 циклів навантаження; 2 – 21381 циклів навантаження; 3 – 26360 циклів навантаження; 4 – 29046 циклів навантаження

Застосування ультразвукового сканування дозволяє досліджувати фронти розшарування під час проведення експерименту, після чого тестування панелі може бути продовжене далі. Проте, головним недоліком цього методу є ефект суперпозиції фронтів розшарування, що знаходяться один під іншим в різних клейових шарах пакету. Оскільки положення і межі кожного окремого фронту розшарування відмінні один від одного, результатом ультразвукового сканування є поле розшарування більше, ніж воно є насправді.

Для отримання детальнішої схеми розповсюдження фронтів розшарування застосовувався метод травлення. Природним недоліком цього методу є той факт, що після його застосування досліджувана панель не придатна до подальшого тестування, таким чином травлення дозволяє встановити точну картину зон розшарування тільки на фінальній стадії експерименту, після завершення процесу циклічного навантаження.

Аналіз результатів проведеної серії натурних експериментів виявив цікавий факт: при просуванні магістральної тріщини в тестовій плиті не відбувається очікуваного відшаровування підкріплюючого елемента, в той же час тріщина в плиті ініціює появу і подальший розвиток тріщини першого металевого шару метало-композитного пакету, призводячи до появи і подальшого зростання зони розшарування всередині самого пакету на межі двох шарів.

Необхідність врахування цього ефекту при чисельному відтворенні натурального експерименту зумовила таке компонування елементів розрахункової моделі, при якій сама тестова плита, перші два шари метало-композитного пакету і клейове з'єднання між ними описуються детально, тоді як інші шари моделювалися із застосуванням спеціального багат шарового скінченного елемента, що базується на співвідношеннях ітераційно-аналітичної теорії оболонок (рис. 4.15).

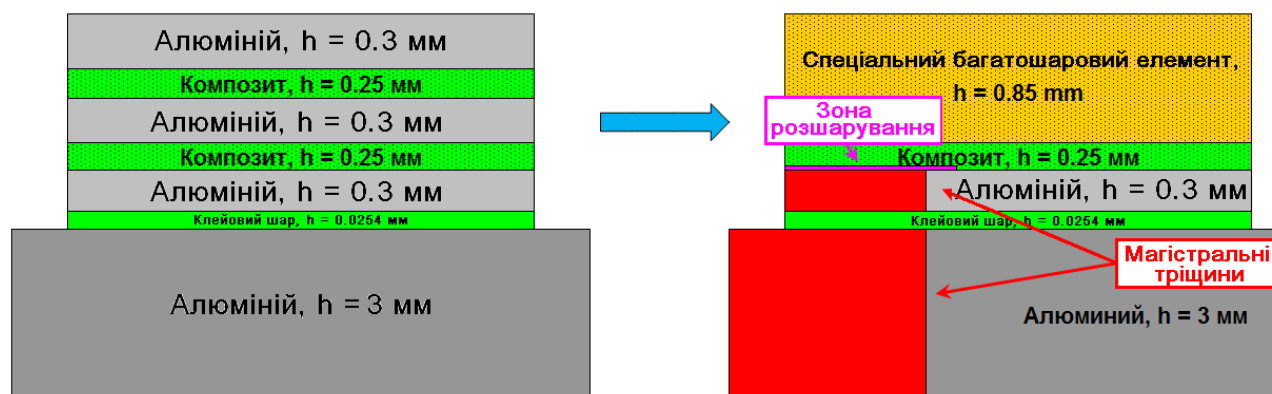


Рисунок 4.15 - Схема просторового компонування тестової панелі

Наявність двох площин симетрії в плані досліджуваної панелі а також симетрія докладених до неї навантажень дозволили використовувати при чисельному розрахунку $\frac{1}{4}$ частину конструкції (рис. 4.16).

Як і в даному випадку, повноцінне дослідження життєвого циклу будь-якої конструкції неможливе без детального вивчення і урахування в подальших розрахунках процесу виготовлення об'єкту. Природно, що технології виготовлення основної металевої частини плити і її підкріплюючих елементів суттєво різні, а їх поєднання - окремий технологічний процес.

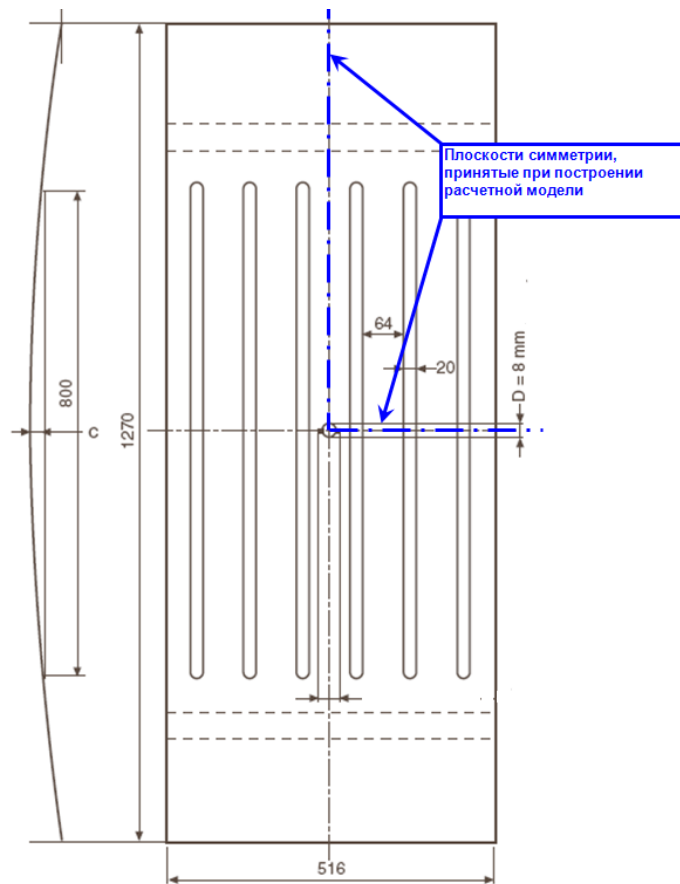


Рисунок 4.16 - Основні розміри тестової панелі

Розрахункова модель тестової панелі зображена на рис. 4.17.

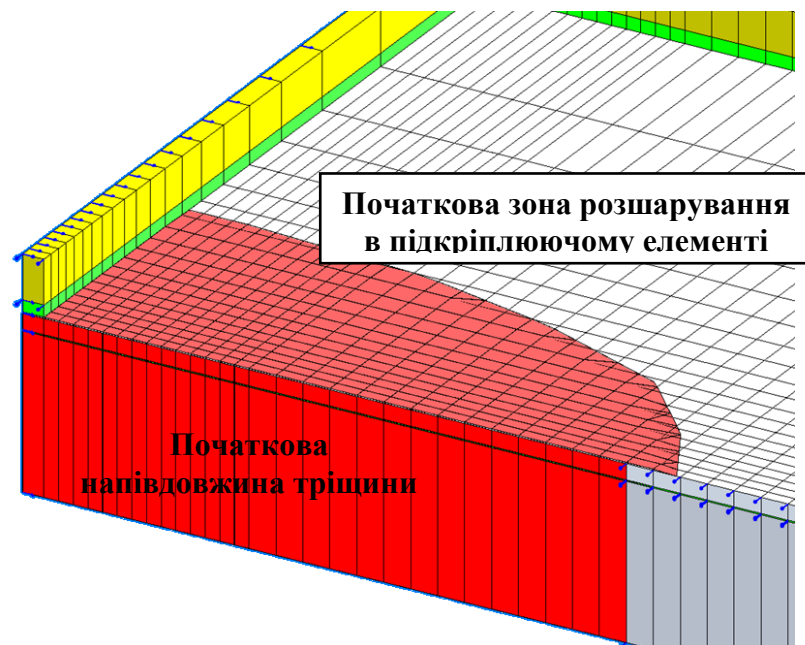


Рисунок 4.17 - Скінчено-елементна модель, схема навантаження і початкові зони руйнування тестової панелі

Після нанесення клейового шару на плиту і укладання підкріплюючих

елементів, панель відправляється в автоклав, де витримується при температурі близько 180°C , при цьому відбувається кристалізація спочатку рідкого клейового шару. Проте, оскільки метал плити і метало-композитний пакет мають суттєво різні коефіцієнти лінійного температурного розширення, такий процес збирання панелі призводить до появи вектора викривлення, як це показано на рис. 4.27. В описовій частині натурного експерименту присутнє згадування про попередній натяг панелі для компенсації вектора викривлення, що, в свою чергу, призводить до появи в конструкції додаткових напружень. В зв'язку з цим, при проведенні чисельного експерименту, було заздалегідь здійснено рішення температурної задачі, метою якої було визначення компонент напружено-деформованого стану, в якому знаходиться панель після завершення термічної обробки в автоклаві. Отримані залишкові напруження були прийняті як додаткова початкова інформація при визначенні циклічної тріщиностійкості тестової панелі (рис. 4.18).

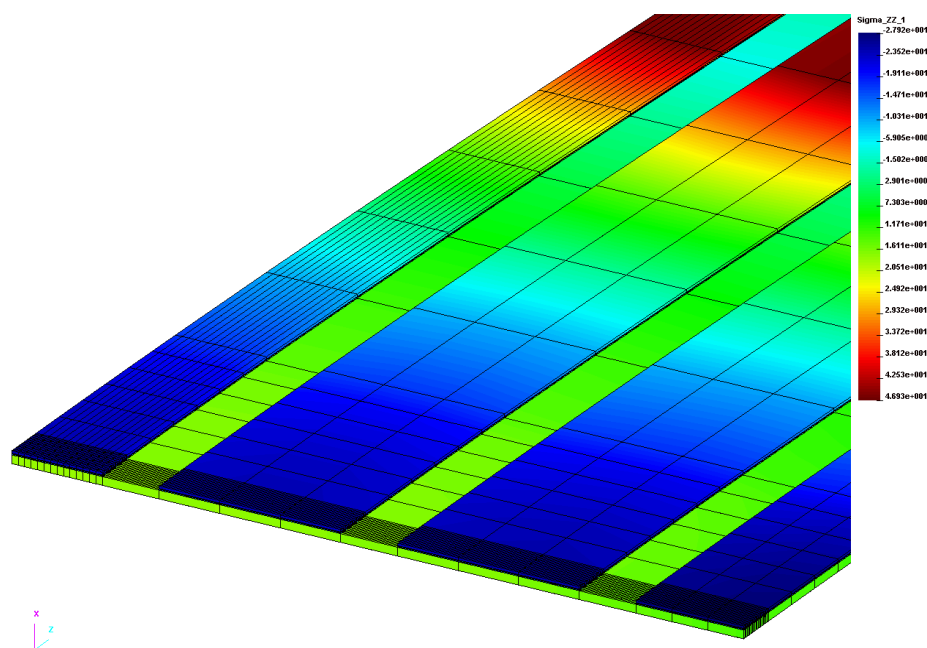


Рисунок 4.18 - Розподіл залишкових напружень (МПа) в тестовій панелі

Використання методу дискретно-віртуального просування фронтів розшарування дозволило повністю відтворити не лише увесь процес розвитку магістральної тріщини від початкової довжини $2a = 24$ мм до досягнення нею розміру $2a = 250$ мм під дією циклічного розтягуючого навантаження в площині

панелі, але і промодельовати еволюцію розповсюдження зон розшарування на всьому протязі експерименту. На рис. 4.19 зображена скінченно-елементна модель тестової панелі на завершальному етапі моделювання.

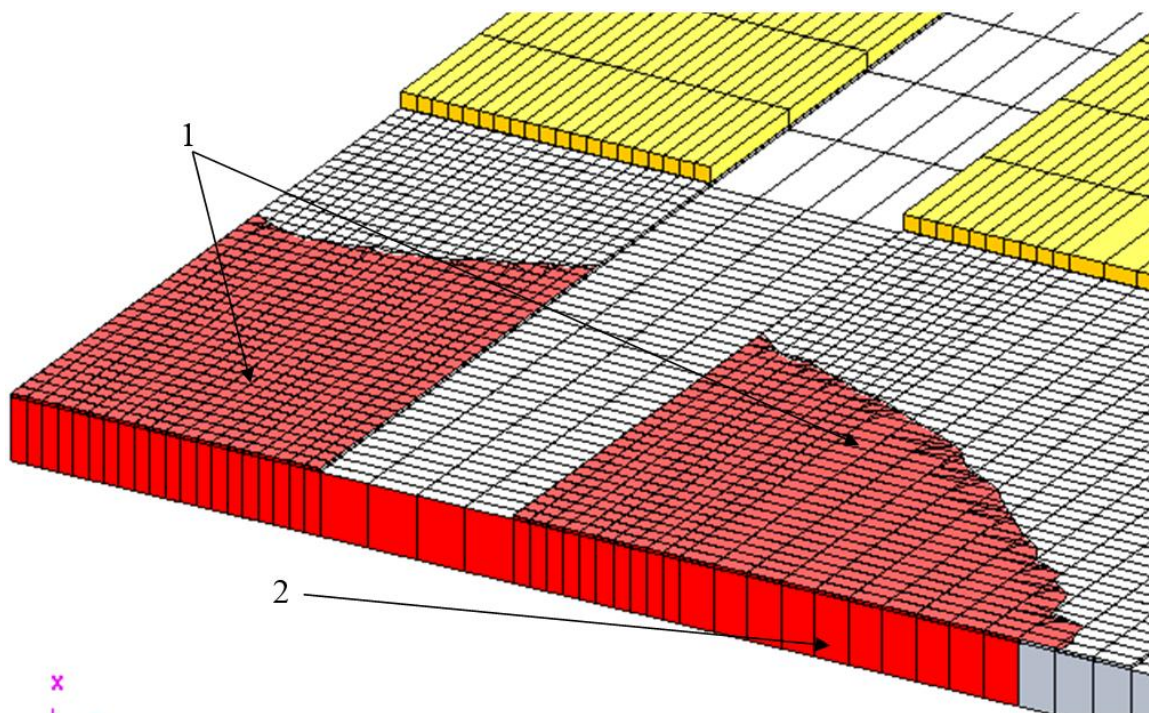


Рисунок 4.19 - Скінченно-елементна модель тестової панелі з магістральною тріщиною і фронтами розшарування на завершальному етапі чисельного експерименту: 1 – фронти розшарування; 2 – магістральна тріщина

Деформована схема тестової панелі на завершальному етапі чисельного експерименту показана на рис. 4.20.

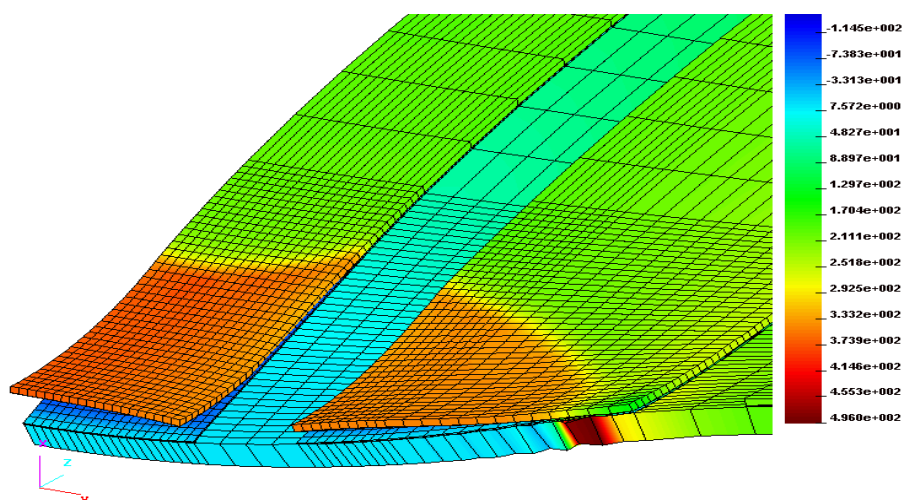


Рисунок 4.20 - Деформована схема тестової панелі і розподіл розтягуючих напружень (МПа) на завершальному етапі чисельного експерименту

Аналіз результатів чисельних експериментів показав їх добре якісне і кількісне узгодження з результатами натурного експерименту по загальному характеру зростання зон розшарування (рис. 4.21).

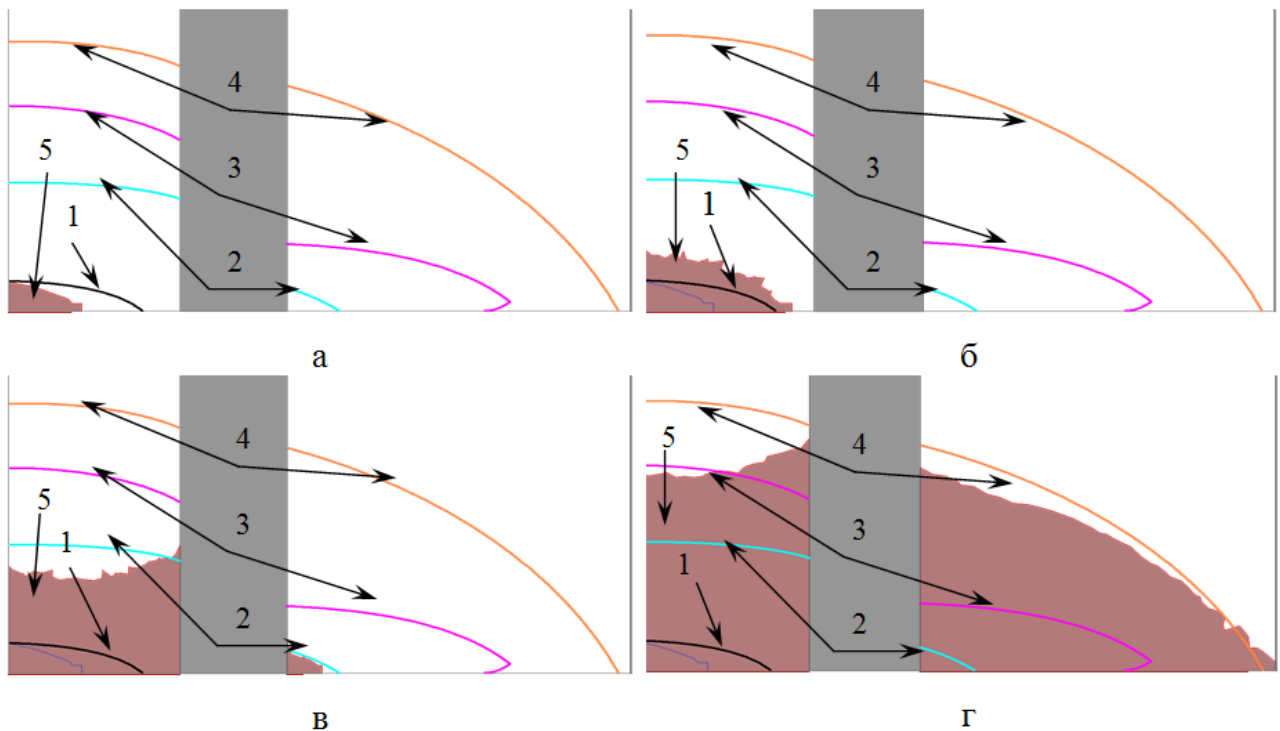


Рисунок 4.21 - Порівняння результатів натурного і чисельного експериментів:
а – 11910 циклів навантаження; б – 21150 циклів навантаження; в – 26600 циклів навантаження; г – 30634 циклів навантаження; 1, 2, 3, 4 – дані натурного експерименту для 11910, 21150, 26600, 30634 циклів навантаження відповідно;
5 – поточний віртуальний фронт розшарування

Спостерігається також гарне узгодження по параметру швидкості росту магістральної тріщини в плиті (рис. 4.22). Практично повне узгодження чисельного експерименту по МДВП і результатів натурного експерименту на ділянці кривої А-В підтверджує коректність співвідношень МДВП і його застосовність при вирішенні задач механіки руйнування. Зміна ж швидкості росту тріщини на ділянці В-С натурного експерименту викликана викривленням спочатку прямолінійного напрямку зростання тріщини, що, як вказано в [265], є наслідком неідеальної системи торцевих затискувачів випробувального стенду.

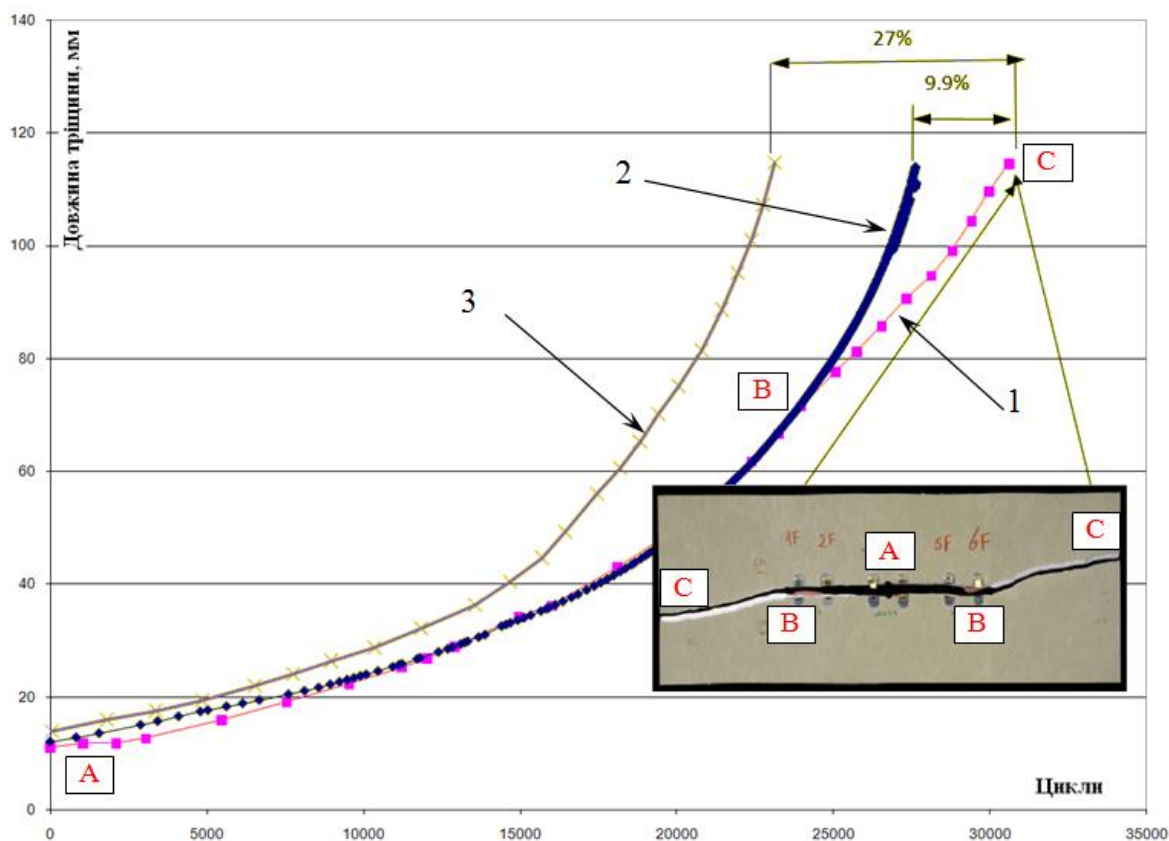


Рисунок 4.22 - Порівняння результатів експериментів: 1 – дані натурного експерименту; 2 – результати чисельного розрахунку по МДВП; 3 - результати чисельного розрахунку, наведені в [265]

Альдерлістен у своєму описі чисельного експерименту [265] не згадує про урахування початкового викривлення панелі і залишкових напружень, що виникають в ній, отримуючи розбіжність з експериментальними даними до 27%. Серія чисельних експериментів по МДВП, проведена за тих же граничних умов, показала практично цілковите узгодження з результатами рішення Альдерлістена. Це є ще одним підтвердженням того факту, що коректне прогнозування життєвого циклу як тестових панелей, а тим більше реальних просторових конструкцій, неможливо без повного урахування історії їх створення і всіх факторів їх роботи.

РОЗДІЛ 5

ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ АПРОКС ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ І РУЙНУВАННЯ АПАРАТІВ ХІМІЧНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ В СКЛАДНИХ УМОВАХ СТАТИЧНОГО І ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕНЬ

Запропоновані в роботі методики, алгоритми і скінченний елемент реалізовані в рамках системи автоматизованих розрахунків на міцність АПРОКС, яка впроваджена і активно використовується в багатьох підприємствах країн СНГ, а також в учбовому процесі кафедри ХПСМ ІХФ КПІ ім. Ігоря Сікорського. Використання в рамках нього описаних вище розробок дозволило створити системи інформаційної підтримки життєвого циклу різноманітних об'єктів хімічної промисловості.

5.1. Оцінка ресурсу роботи пластинчатої муфти

В наш час широке поширення в практиці проектування машин і апаратів хімічної промисловості отримали муфти з різними конструкціями пружних елементів (рисунок 5.1).



Рисунок 5.1 – Пластинчатая муфта

Цінними властивостями таких муфт є можливість роботи при значних осьових і кутових зсувах валів без істотного збільшення радіального навантаження на вали. При передачі крутного моменту найбільш напруженим елементом таких муфт є пакет пружних дисків. Площа контакту в окремо взятих пар сусідніх дисків може суттєво відрізнятись, а також змінюватись в процесі експлуатації. При деформуванні дисків їх переміщення можуть значно перевищувати товщину самого диска. Для коректного врахування площ контакту між дисками особливу увагу слід приділяти врахуванню коефіцієнту тертя матеріалів в пакеті пружних елементів. Аналіз сучасного стану проблеми показує, що при розрахунках таких типів муфт ефект тертя між дисками не моделюється. Застосування ітераційно-аналітичної теорії та ізопараметричного восьмивузлового контактного скінченного елемента дозволяє успішно моделювати взаємодію дисків в процесі їх деформування з урахуванням сил тертя. Розподіл напружень в пластинчатій муфті зображено на рис. 5.2, а розподіл переміщень на рис. 5.3.

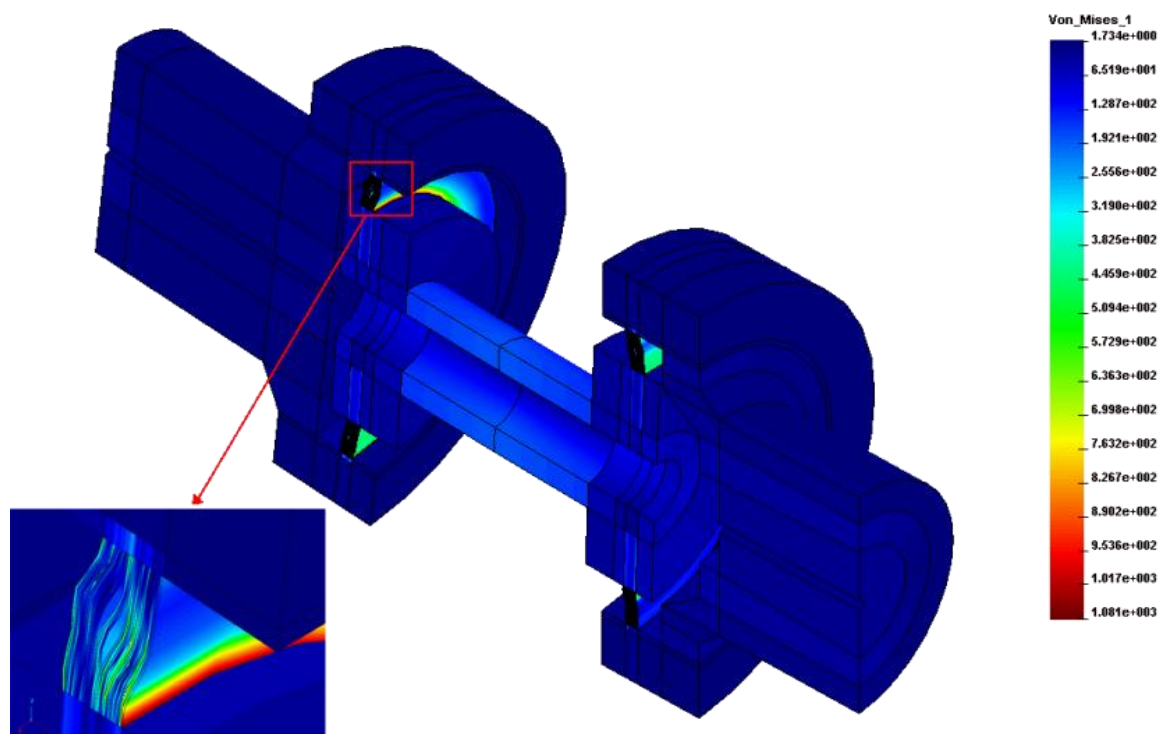


Рисунок 5.2 – Напружено-деформований стан пластинчатої муфти

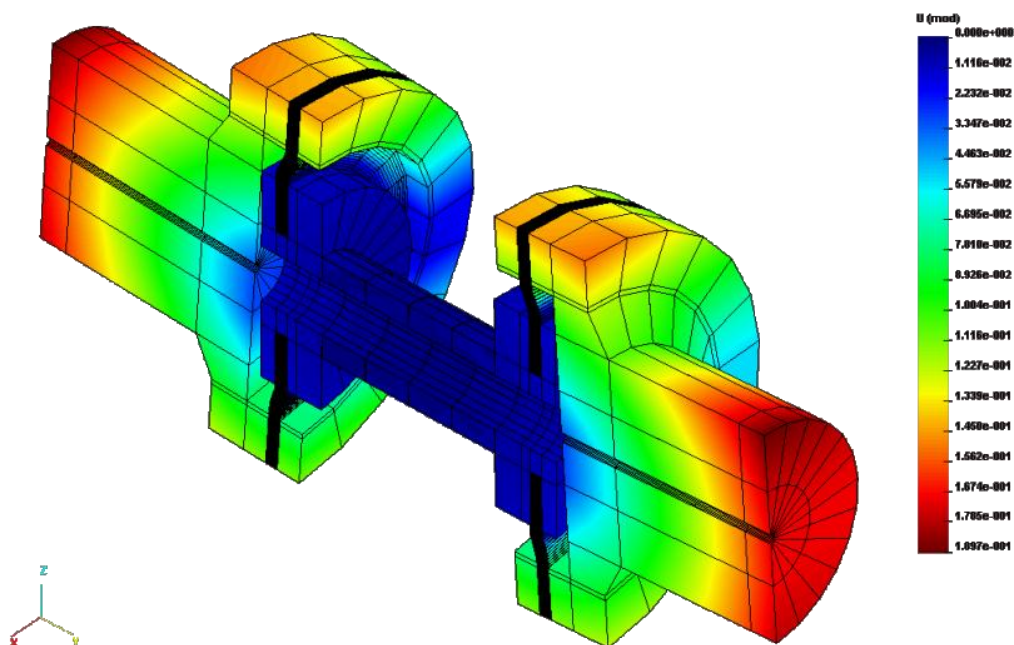


Рисунок 5.3 – Розподіл переміщень в пластинчатій муфті

Через те, що під час роботи таких муфт коефіцієнт тертя в пакеті пружних дисків може змінюватись в досить широкому діапазоні. Тому нами було промодельовано життєвий цикл муфти з моменту початку роботи до виходу її з ладу. На діаграмі залежності максимальних переміщень від коефіцієнта тертя (рисунок 5.3) можна спостерігати, що при рості коефіцієнту тертя ($K_{тр}=0-0.2$) спочатку утворюються додаткові зони зсуву та. ($K_{тр}=0.2-0.3$) Потім утворюються додаткові зони відриву між дисками і пакет розпадається на декілька незалежно працюючих пакетів. ($K_{тр}=0.3-0.4$) Подальше збільшення коефіцієнта тертя приводить до акумулювання внутрішньої енергії деформування муфти (ефект зміцнювання). ($K_{тр}=0.4-0.5$) На останній ділянці діаграми, відбувається різка зміна форми деформування пакету і з'являються додаткові зони відриву і муфта фактично втрачає несучу спроможність. Результати чисельних експериментів були впроваджені на заводі Насосенергомаш.

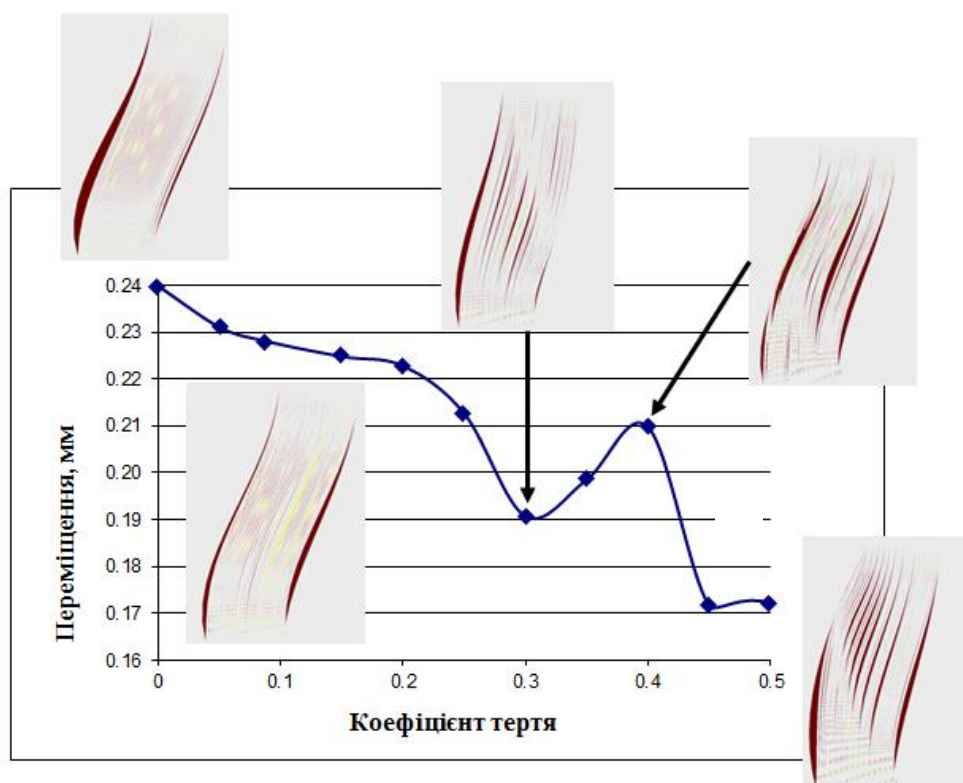


Рисунок 5.3 – Діаграма залежності переміщень в пакеті пружних дисків від коефіцієнту тертя

5.2. Оцінка ресурсу роботи оберткової печі для виробництва клінкеру

Наступним об'єктом хімічної промисловості, для якого була створена система інформаційної підтримки життєвого циклу, стала обертова піч для виробництва клінкеру.

В процесі роботи печі прогин футерівки значно перевищує прогин корпусу, що призводить до виникнення зазору між обичайкою та футерівкою. Максимальна величина цього зазору не повинна перевищувати значень регламентованих для кожної конструкції печі. Огляд стану питання показав, що при розрахунках печей зазор між обичайкою та футерівкою не враховується.

Виходячи з того, що зона контакту футерівки з обичайкою заздалегідь невідома, а також змінюється в процесі роботи печі, тому цю зону необхідно обчислювати на протязі всього періоду роботи печі.

Тому, в роботі була розроблена система інформаційної підтримки життєвого циклу оберткової печі для сухого виробництва клінкеру (рисунок 5.4).

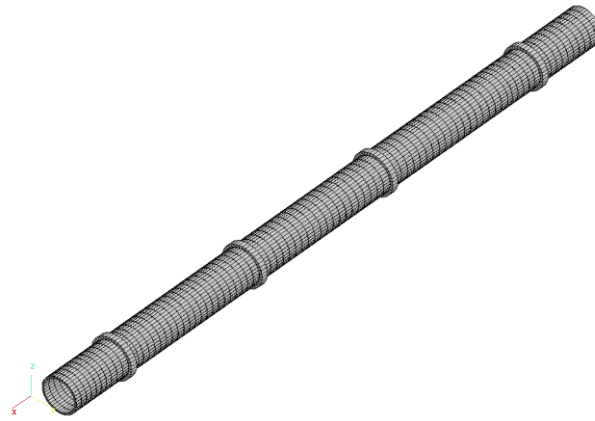


Рисунок 5.4 – Скінченно-елементна модель обертової печі

Аналіз результатів чисельних експериментів показав, що зони найбільших напружень виникають в районі бандажних кілець (рисунок 5.5)

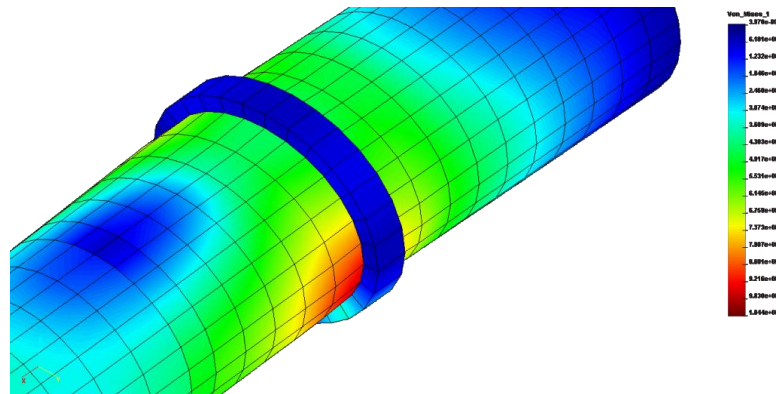


Рисунок 5.5 - НДС печі на ділянці бандажного кільця

Крім того спостерігаються суттєві зони відриву між корпусом печі та футерівкою. Найбільш значні зони відриву спостерігаються поблизу бандажних кілець та посередині прольотів (рисунок 5.6).

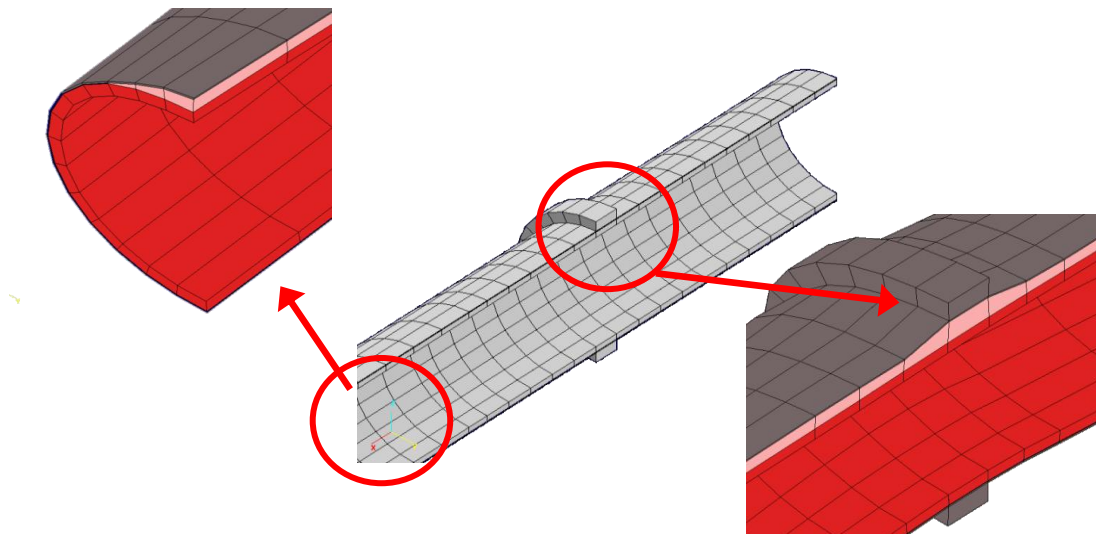


Рисунок 5.6 – Зони розшарування в обертовій печі

Максимальні напруження в конструкції з урахуванням відшарування футерівки від корпусу зростають на 14% в порівнянні зі стандартними методиками розрахунків.

5.3. Застосування програмного комплексу АПРОКС для модернізації існуючого обладнання

Програмний комплекс АПРОКС може використовуватись для створення нових конструктивних рішень. Так, за результатами числових досліджень була запропонована модернізація вузла з'єднання вінцевої шестерні з корпусом барабана. Нове рішення полягало в тому, щоб виконати плоскі пружини у вигляді пакета пластин (рис 5.7).

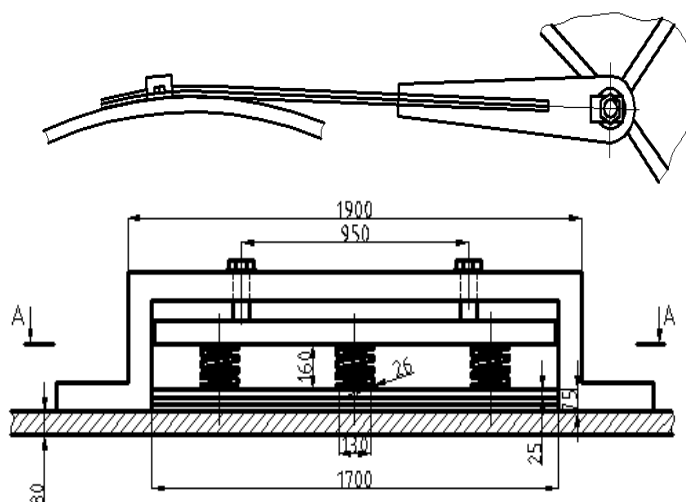


Рисунок 5.7 - Модернізована конструкція вузла з'єднання

Така схема дозволяє більш м'яко реагувати на зупинку і запуск печі та надає можливість компенсації надлишкових зусиль в більш широкому діапазоні значень. При роботі печі в пакеті пластин виникають зони проковзування і відриву (рис. 5.8). Створена система інформаційної підтримки дозволила визначити оптимальну кількість пластин в пакеті та оптимальне притискне зусилля. За результатами чисельного моделювання було отримано 2 патенти на корисну модель.

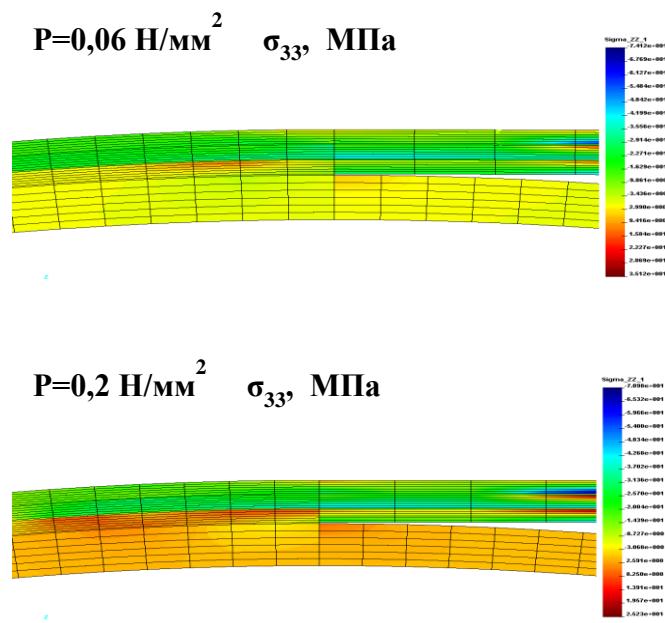


Рисунок 5.8 – Напружено-деформована схема пакету пластин

5.4. Оцінка ресурсу роботи парогенераторів хімічної промисловості за умови наявності початкових дефектів

Останнім часом широкого розповсюдження в народному господарстві набули парогенератори, різноманітні по своєму призначенню і конструктивному виконанню. Внаслідок тих функцій, які здатні виконувати парогенератори, вони успішно використовуються в хімічній, харчовій, машинобудівній, суднобудівній і енергетичній промисловостях. Складні умови роботи парогенераторів в процесах хімічної технології і енергетичної промисловості (висока температура і тиск, хімічна активність речовин, що беруть участь в процесі теплообміну, неприпустимість попадання продуктів деяких реакцій в довкілля) обумовлюють підвищені вимоги, що висуваються до надійності і безпеки їх експлуатації.

Сучасний рівень розвитку виробництва і необхідність подальшого їх удосконалення визначають необхідність в систематичному аналізі і узагальненні досвіду створення і експлуатації окремих видів їх устаткування. Саме такого типу дослідження дозволяють забезпечити подальше удосконалення виробництва, підвищення їх техніко-економічних показників, надійність і безпеку, а також виявити і обґрунтувати найбільш перспективні

напрями удосконалення основного обладнання.

Парогенератори забезпечують вироблення насиченої пари і є одним з обов'язкових елементів обладнання, незалежно від типу підприємств і схемних особливостей використовуваного устаткування. Надійність експлуатації машин і апаратів, задіяних в технологічних процесах, їх працездатність в нормальних, перехідних і аварійних режимах, працездатність допоміжного обладнання, безпосередньо залежать від працездатності відповідних парогенераторів. Це вимагає детального аналізу і урахування конструктивних особливостей парогенераторів, всебічного дослідження їх поведінки в аварійних ситуаціях, ймовірність виникнення яких суттєво зростає при особливих динамічних діях на споруди і устаткування промислових об'єктів.

Найбільш відповідальними елементами конструкції парогенератора з точки зору їх надійності є корпус і колектори. Напруження і деформації в корпусі визначаються внутрішнім тиском, нерівномірним полем температур при стаціонарних і нестаціонарних режимах охолодження, компенсаційними зусиллями з боку комунікацій, прикладених в районі стиковки з трубопроводом. Згідно з нормами розрахунку на міцність обладнання і трубопроводів хімічних установок, розрахунок ведеться по уніфікованих формулах. При цьому конструкція розглядається як сукупність оболонок класичної форми (циліндрична, сферична, еліптична), розрахунок кожної з яких проводиться окремо, незалежно від інших, а складніші випадки зв'язаних оболонок не розглядаються. Такі методи розрахунку не дозволяють виявити і проаналізувати концентрації напружень, що виникають в місцях закріплення, різкої зміни товщини, форми і суцільності (отвори, тріщини і так далі).

Експериментальний підхід також мають ряд суттєвих недоліків. По-перше, парогенератори і випробувальні стенди для них є унікальними і дорогими виробами, і не завжди є можливість виготовити декілька зразків і випробувальних стендів; по-друге, через технічні складнощі, відтворення того або іншого режиму на випробувальному стенді може виявитися вкрай проблематичним.

Недостатня інформація про характеристики дій, складність і велика вартість проведення експериментів на фізичних моделях і натурних об'єктах при оцінці міцності і надійності споруд і устаткування виробництв висувають на передній план методи математичного моделювання: розробку моделей врахування зовнішніх впливів і режимів роботи конструкцій, розробку методів і програм розрахунків на ЕОМ, проведення обчислювальних експериментів.

Не дивлячись на те, що дослідженням, спрямованим на вирішення цих задач, починаючи з 1960-х років, приділяється велика увага в нашій країні і за кордоном, методи розрахунків в більшості випадків мають невисоку точність. Це пов'язано зі складністю механічних і теплофізичних процесів, а також з невизначеністю умов розвитку аварійних ситуацій, що не дозволяє будувати математичні моделі без великої кількості спрощуючих допущень. Побудова точніших математичних моделей можлива тільки з переходом на сучасні чисельні методи розрахунків, найбільшого поширення серед яких набув метод скінчених елементів (МСЕ).

Метою даного розділу роботи є розробка математичної моделі для аналізу міцності і надійності роботи промислового парогенератора. Ця математична модель дозволяє досліджувати комплексний вплив на роботу парогенератора таких параметрів, як внутрішній тиск і температура, в широкому діапазоні зміни цих параметрів. Крім того, вона дозволяє досліджувати напружено-деформований стан при виникненні різноманітних аварійних ситуацій (робота на закриту засувку, непосадка запобіжного клапана парогенератора) і, при необхідності, проводити фізично обґрунтоване втручання в роботу обладнання. Використання чисельних експериментів дозволяє скоротити терміни проектування парогенераторів, які через значних обсягів експериментальних робіт досягають 4-6 років.

Побудова математичної моделі міцності і надійності роботи парогенератора (ПГ) вимагає оперативного вирішення задачі по виборі основних шляхів виходу з аварійної ситуації. В зв'язку з цим, математична модель, побудована на основі методу скінчених елементів (МСЕ), повинна

задовольняти умовам максимально швидкого отримання шуканого рішення. Тому важливе місце при розробці математичної моделі відводиться питанню вибору ефективного скінченного елемента (СЕ).

Корпус ПГ, що підлягає розрахунку на міцність, є складною просторовою конструкцією, що має криволінійні контури. Якщо опис поверхні такої конструкції проводити за допомогою класичних скінчених елементів, то для достатньо точної апроксимації її геометрії і напружено-деформованого стану необхідна достатньо велика кількість елементів.

В зв'язку з цим, найдоцільніше для опису подібного роду геометрії використовувати елементи криволінійного виду, коефіцієнти матриці жорсткості якого визначаються на основі співвідношень моментної схеми МСЕ (МССЕ) - ефективного варіанту, запропонованого професором Сахаровим О.С. [232]. Це дозволить при задаванні меж тіла обійтися меншою кількістю елементів, таким чином зменшивши кількість невідомих при вирішенні системи рівнянь, а в результаті - час вирішення задачі.

Дискретизація геометрії досліджуваних конструкцій проводиться з використанням ізопараметричного восьмикутного тривимірного скінченного елемента з полілінійною функцією апроксимації переміщень.

Практика експлуатації технологічного обладнання хімічних і харчових виробництв показує, що існує ймовірність виникнення аварійних ситуацій, для яких характерними є різні перехідні процеси (нагрівання, охолодження, зміна тиску). Моделювання таких ситуацій на ЕОМ з урахуванням подібних впливів дозволяє як прогнозувати поведінку обладнання при гіпотетичних порушеннях умов експлуатації, так і виконувати фізично обґрунтоване втручання в технологічний процес під час самої аварії.

З погляду міцності, найбільш відповідальними елементами ПГ є зварний корпус і колектори. Він є складною просторовою конструкцією з криволінійними контурами, і складається з циліндричного корпусу, еліптичних днищ і патрубків колекторів.

При дискретизації геометрії використовується фрагментарний підхід. Уся

конструкція розбивається на фрагменти, які топологічно відображуються на шестигранник. На ці фрагменти наноситься квазірегулярна сітка скінчених елементів, властивості якої гарантовано забезпечують зшивання вузлів сітки СЕ на поверхнях суміжних фрагментів. Згущування сітки виконується в місцях можливої концентрації напружень, а саме в місцях перетину стінок корпусу парогенератора і колекторів, а також в місцях переходу циліндричних стінок корпусу парогенератора до еліптичних елементів - верхнього і нижнього днищ (рис. 5.7.).

Як приклад роботи об'єктно-орієнтованої системи приведені результати моделювання аварійної ситуації, що виникла внаслідок неспадки запобіжного клапана (ЗК) парогенератора. На рис. 5.9 представлені значення температури і тиску в елементах обладнання, зафіксовані контрольно-вимірювальними приладами в різні моменти часу, при аварійній ситуації. Тривалість даного процесу 6500 сек. В розрахунках використовувалися показники датчиків температури і тиску теплоносія типу КСП-4, КСП-2, РЦПБ-31-2, КСУ-2.

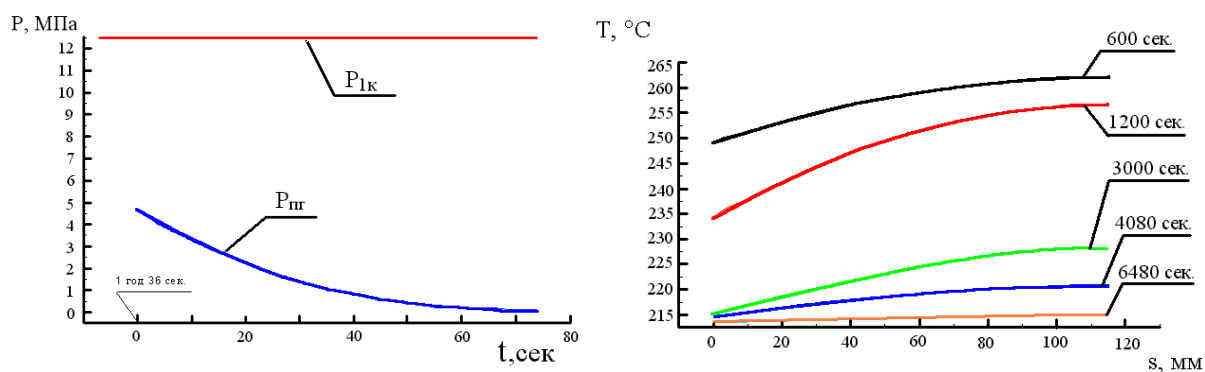


Рисунок 5.6 - Графіки зміни температури і тиску залежно від часу

Розрахунок корпусу на міцність проводився у декілька етапів. На першому етапі був виконаний розрахунок за нормальних умов експлуатації ($P=12,5$ МПа, $T=270$ °C), встановлених технологічним регламентом експлуатації. Епюри максимальних розтягуючих напружень приведені на рис. 5.10. Аналіз отриманих результатів свідчить, що корпус парогенератора за нормальних умов експлуатації знаходиться в складному напружено-деформованому стані. В місцях різкої зміни геометрії, а саме в місцях перетину патрубків колекторів з циліндричною і еліптичною частинами конструкції, на

передній частині внутрішньої поверхні оболонки, утворилися виразні зони концентрації розтягуючих напружень. Максимальне значення розтягуючих напружень в місці перетину патрубків колектора з еліптичною оболонкою складає 185,3 МПа. Максимальні стискаючі напруження виникли на еліптичному днищі. Максимальне значення стискаючих напружень в цій зоні складає 41,16 МПа.

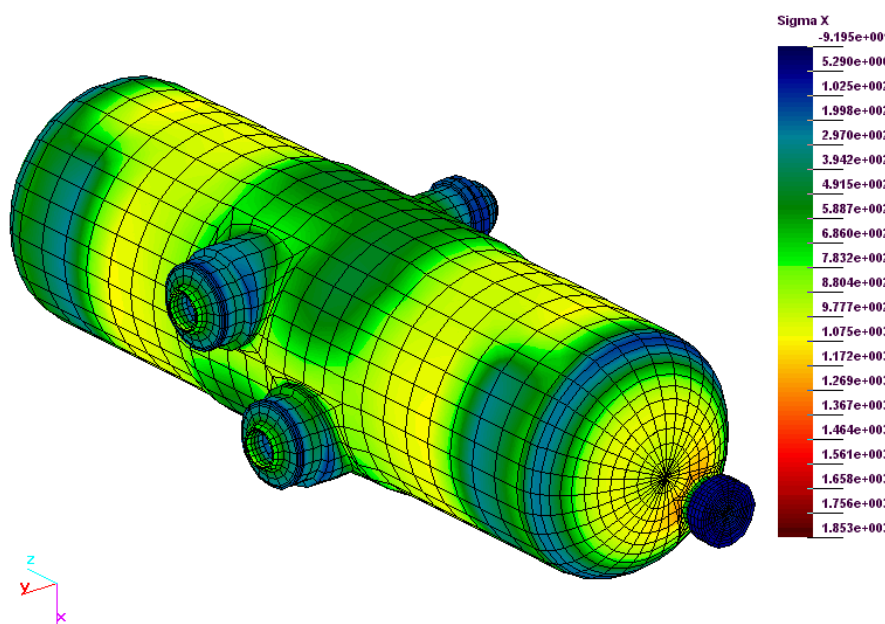


Рисунок 5.10 - Скінчено-елементна модель парогенератора і епюри максимальних розтягуючих напружень (МПа) в корпусі парогенератора.

На другому етапі було проведено серію розрахунків при значеннях температури і тиску, які мали місце в різні моменти часу. Для цього весь час аварії (0 – 6480 сек.) було розділено на дев'ять інтервалів. Розрахунки проводилися для моментів часу 100, 200, 300, 600, 1200, 2100, 3000, 4080 і 6480 сек. Епюри для максимальних стискаючих і розтягуючих напружень, побудовані за результатами цих розрахунків, приведені на рис. 5.11 та 5.12. Аналіз результатів цих розрахунків показує, що впродовж часу аварії відбувалася значна зміна картини НДС. Максимальні значення напружень з часом поступово зменшувалися (приблизно до $t = 1000$ сек.), а потім практично не змінювалися. Так, максимальні значення розтягуючих напружень в момент часу $t = 6480$ сек. зменшилися порівняно з початковими ($t = 0$ сек.) на 63,5 %.

Максимальні значення стискаючих напружень зменшилися на 36,8%.

Цим змінам відповідає зниження середньої температури корпусу на 24%.

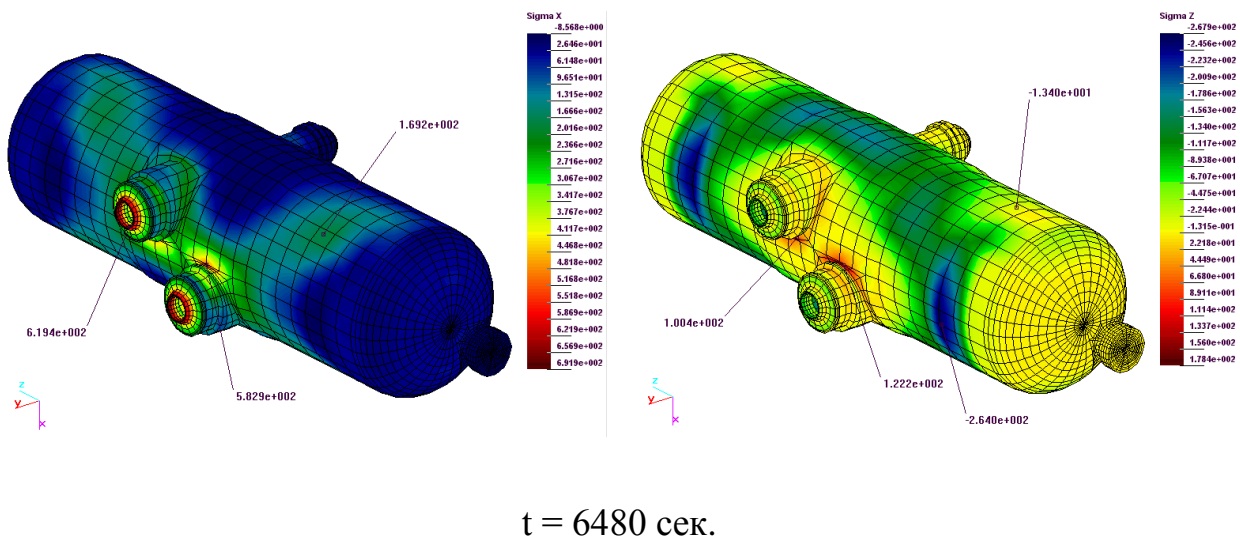
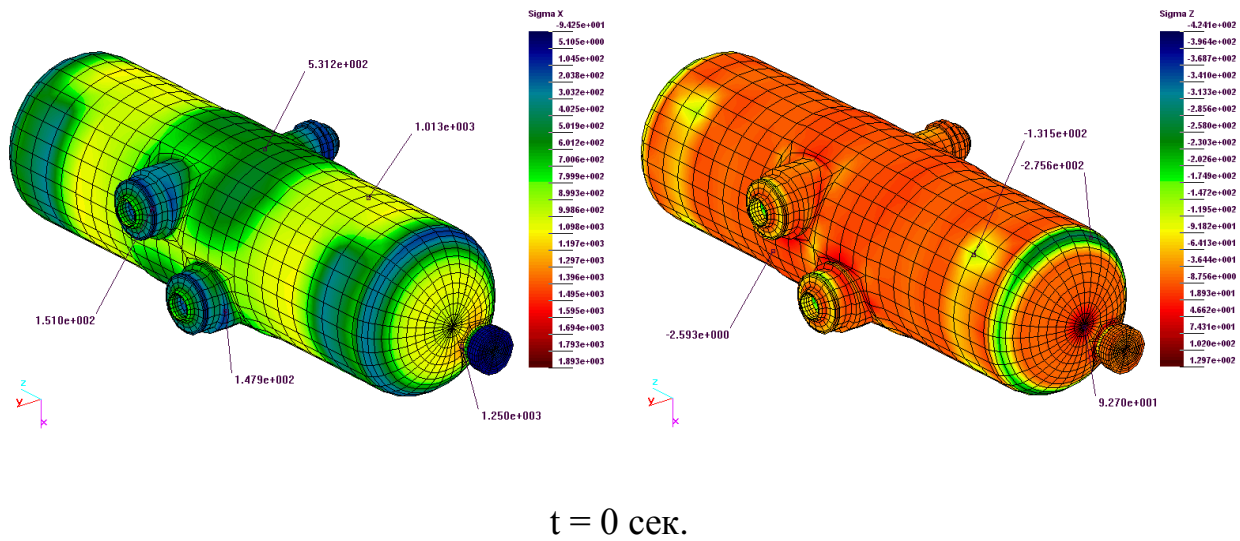


Рисунок 5.11 - Еволюція компонент напруженого стану (МПа) корпусу ПГВ-1000М в процесі аварії.

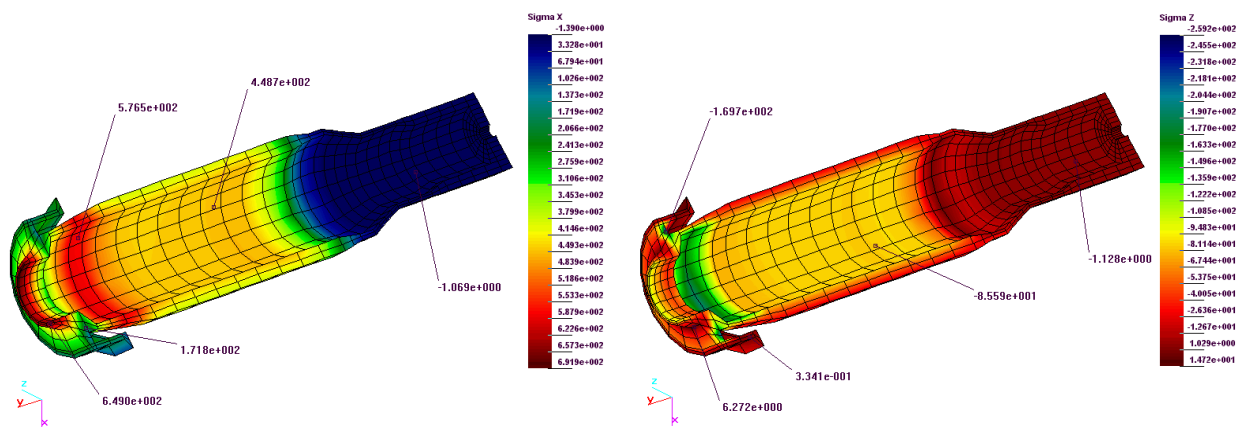


Рисунок 5.12 – Напружено-деформований стан патрубку колектора

Згідно з нормами розрахунку на міцність, номінальні допустимі

напруження для елементів устаткування і трубопроводів, навантажених внутрішнім тиском, приймають мінімальними з наступних значень:

$$[\sigma] = \left\{ R_m^T / n_m ; R_{p0.2}^T / n_{0.2} ; R_{mt}^T / n_{mt} \right\}, \quad (5.1)$$

де R_m^T - мінімальне значення тимчасового опору при розрахунковій температурі, МПа; $R_{p0.2}^T$ - мінімальне значення межі текучості при розрахунковій температурі.

Для елементів устаткування і трубопроводів, навантажених внутрішнім тиском, коефіцієнти запасу складають $n_m = 2,6$; $n_{0.2} = 1,5$; $n_{mt} = 1,5$.

Максимальне значення напружень $\sigma_{\max} = 185,3$ МПа, було зафіксовано в зоні перетину патрубка всмоктування з камерою корпусу. Коефіцієнт запасу міцності складає:

$$n = \frac{R_{p0.2}^T}{\sigma_{\max}} = \frac{176 \text{ МПа}}{185,3 \text{ МПа}} = 0,95 < 1,5. \quad (5.2)$$

Це свідчить про те, що навіть за нормальних умов експлуатації, в зоні концентрації напружень в місці перетину патрубка колектора з корпусом, виникає зона перевищення номінально допустимих напружень, яка носить локальний характер. Також встановлено, що при зменшенні температури на 15°C нижче за температуру нормальних умов експлуатації, ця зона зникає. Враховуючи те, що основним фактором, що визначає напружено-деформований стан корпусу, є внутрішній тиск, можна допустити, що значення напружень зростатимуть пропорційно зростанню величини тиску. Тоді, при значенні тиску 19,5МПа, який відповідає величині тиску гідровипробувань на міцність, максимальні значення розтягуючих напружень будуть приблизно в 1,66 разів більше, а саме 307,8МПа. В цьому випадку коефіцієнт запасу міцності $n=0,57$, тобто в даній області виникає локальна зона пластичних деформацій.

Більш складні умови аварійної ситуації, наприклад, зростання тиску і температури, могли призвести до виникнення значних зон пластичних деформацій і, навіть, тріщиноутворення. Крім того, періодичне повторення

подібних аварійних ситуацій призводить до накопичення втомних явищ і погіршення фізико-механічних властивостей матеріалу корпусу.

Так, на прикладі парогенератора була розроблена і впроваджена скінчено-елементна модель розвитку і розповсюдження тріщини. Згідно з аналізом результатів розрахунку корпусу парогенератора при НУЕ, він знаходився в складному напружено-деформованому стані. В місцях різкої зміни геометрії, а саме в місцях перетину патрубків колекторів з циліндричною і еліптичною оболонками, на передній частині внутрішньої поверхні оболонки, утворилися виразні зони концентрації розтягуючих напружень.

Напруженість ділянки приварювання гарячого колектора сприяє інтенсифікації корозійних процесів в цій області. Місця ушкоджень основного металу під дією електрохімічної корозії стають джерелом локальних областей зародження міжкристалічного розтріскування.

Наявність корозійних процесів в зоні галтельного переходу "кишені" "гарячого" колектора підтверджена при обстеженні темплетів, вирізаних з пошкодженого ПГ зав. №242, який перебував в експлуатації 5 років. Для цих темплетів був проведений візуальний, радіографічний і капілярний контроль. При цьому були виявлені:

- на внутрішній поверхні в зоні галтельного переходу численні ушкодження корозійного характеру діаметром до 7 мм і завглибшки до 0,5 мм;
- ланцюжок корозійних ушкоджень завдовжки до 100 мм діаметром до 5 мм і завглибшки до 0,7 мм, розташованих вздовж кореня зварного з'єднання на відстані 30 мм від нього;
- два поздовжні дефекти завдовжки 7 і 14 мм, шириною до 0,3 мм на зміцненні кореня зварного шва.

Згідно з актом експертного висновку, в цій області була виявлена протяжна несучільність, що класифікується як тріщиноподібний дефект.

Для прийнятої конструкції ПГ типу ПГВ-1000М тріщина розташовується в кільцевому проміжку між зовнішньою поверхнею "гарячого" колектора і внутрішньою поверхнею патрубка корпусу ПГ в так званій "кишені".

Проведення періодичних оглядів "кишень" колекторів ПГ технічно неможливе. Наявність конструктивної "кишені" в цій області при неефективній роботі продувочних ліній призводить до накопичення відкладень в кишенях, які сприяють виникненню агресивного середовища. Інтенсивність агресивного середовища призводить до появи корозії і виникнення тріщини.

Для точнішої оцінки напружено-деформованого стану і аналізу характеру поведінки і розповсюдження тріщини в даному конструктивному елементі була застосована розроблена СЕМ (рис. 5.12).

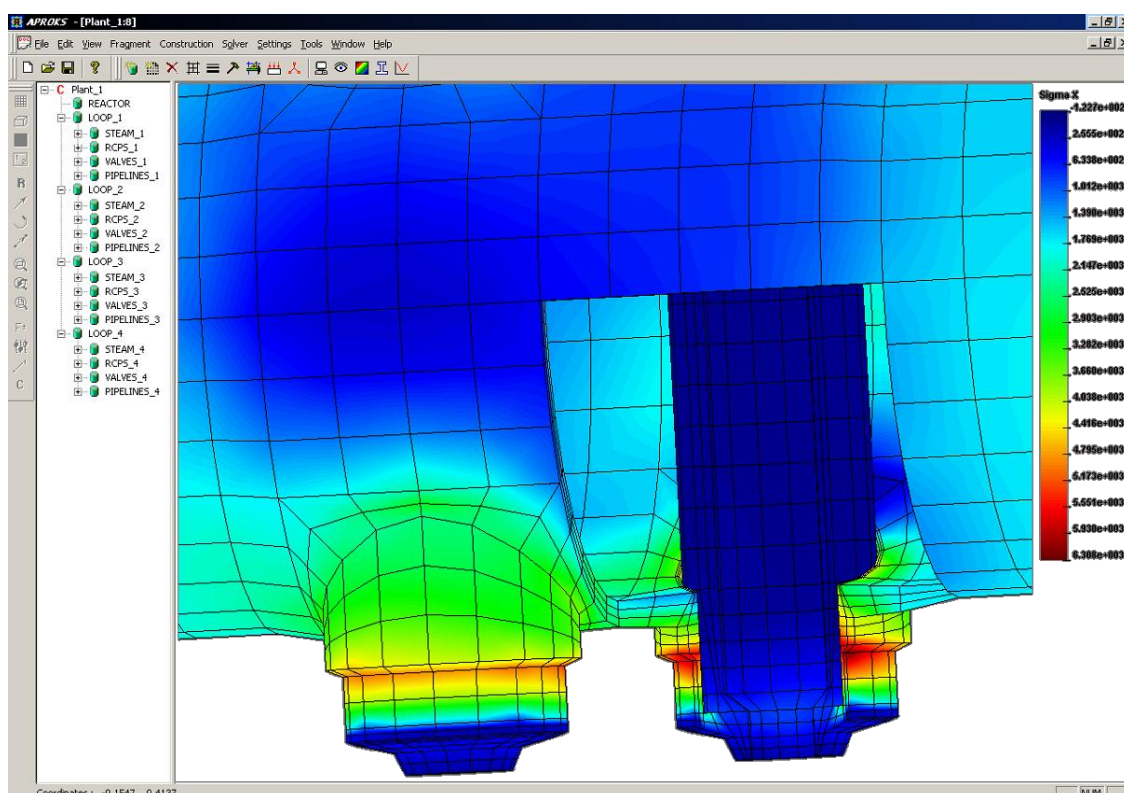


Рисунок 5.12 - Скінчено-елементна модель парогенератора і епюри максимальних розтягуючих напружень (МПа) в колекторі парогенератора.

Для цієї моделі дослідним шляхом була підібрана локально-адаптивна сітка скінчених елементів, за допомогою якої достатньо точно можна описати НДС і геометрію досліджуваної тріщини. Для отримання більш точного НДС в області вузла приварювання "гарячого" колектора до патрубку Ду 1200 корпусів парогенератора, була впроваджена СЕМ з тріщиною (рис. 5.13). В цьому місці було необхідно збільшити кількість елементів за рахунок згущування локально-адаптивної сітки.

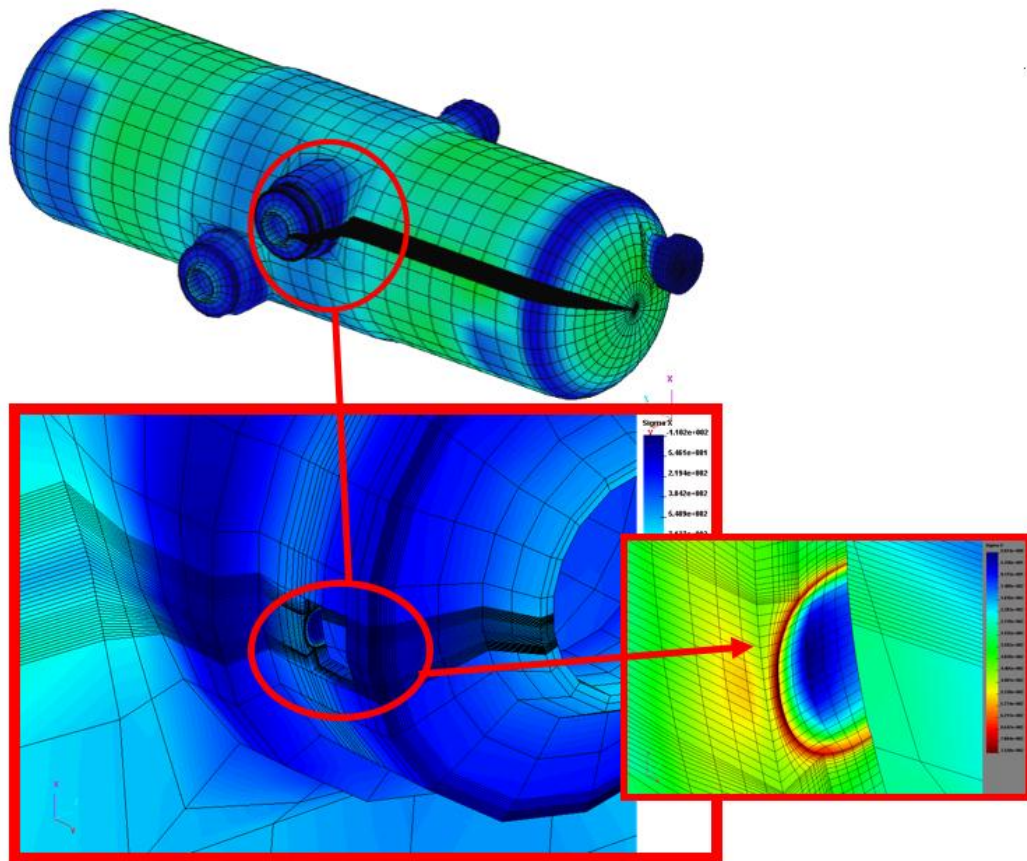


Рисунок 5.13 – Скінченно-елементна модель з тріщиною

Підбір необхідної сітки здійснювався в три етапи. На першому кроці була підібрана сітка, що відповідає початковим вимогам. Для другого кроку сітка була отримана шляхом згущування сітки для першого кроку. На третьому кроці сітки були отримані шляхом згущування сіток для другого кроку в два рази. Отримані результати занесені до табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Етапи вибору СЕ сітки

№ кроку	σ_{xx} , МПа	$\sigma_{тріщ}$, МПа
1	259	50,3
2	269	55,2
3	276	59,6

Різниця по напруженням між першим і другим кроком склала $\Delta = 8\%$, а між другим і третім $\Delta = 7\%$.

Згідно отриманих результатів, був призначений другий крок з

відповідною локально-адаптивною сіткою. Час, витрачений на рішення задачі на другому кроці, в два рази менше, ніж на третьому, що суттєво впливає на загальне рішення ряду тестових задач по зростанню тріщини.

Вибрана сітка достатньо точно описує НДС і геометрію прогнозованої тріщини.

На початковому етапі була впроваджена СЕМ еліптичної тріщини рис.5.13, з початковими параметрами $2a = 20,4$ мм і $b = 5,16$ мм.

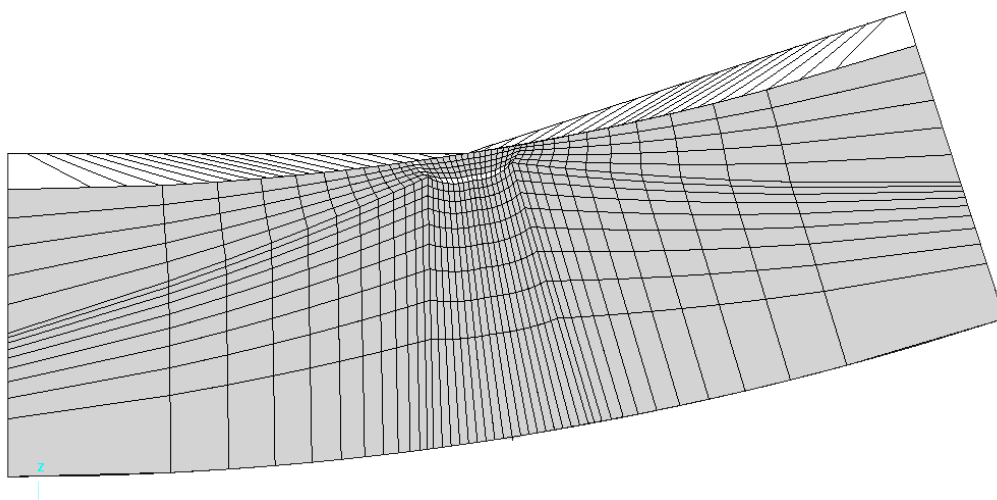


Рисунок 5.13 - Скінчено-елементна модель з початковою еліптичною тріщиною

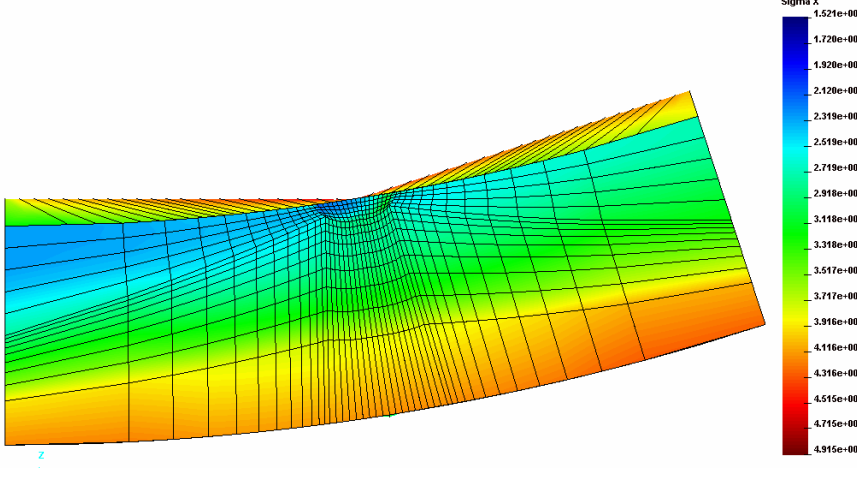
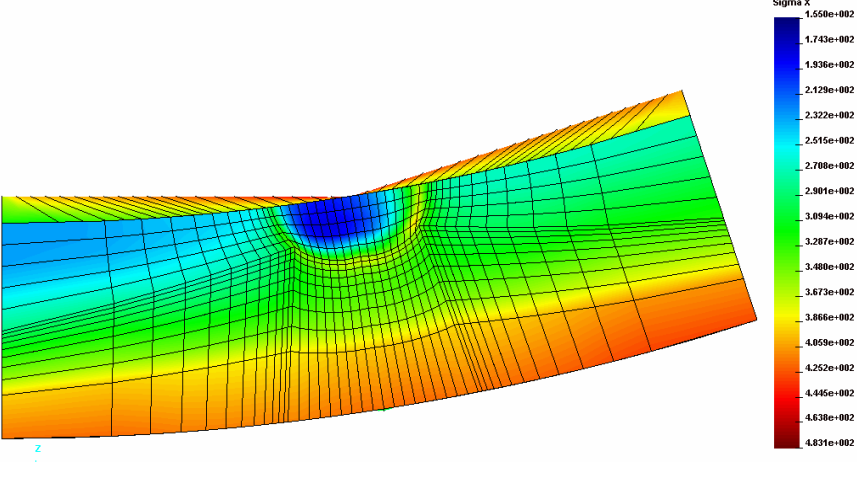
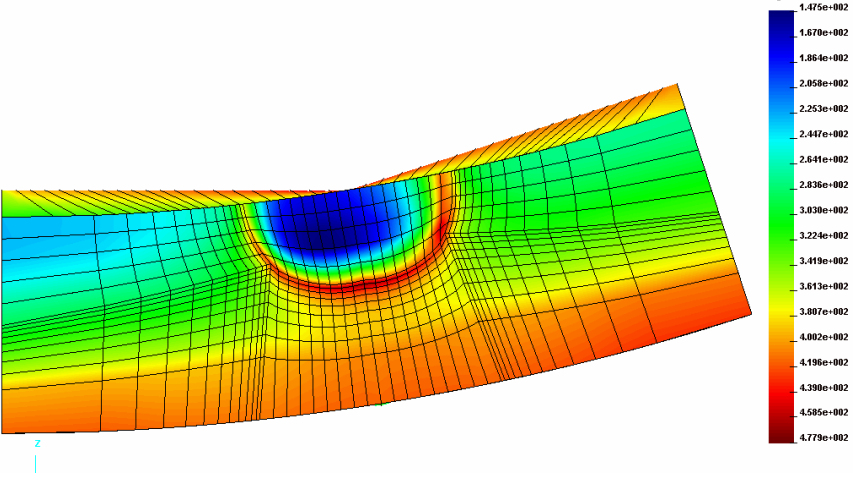
В результаті вирішення отримані епюри максимальних розтягуючих напружень по фронту тріщини. Приріст фронту тріщини здійснюється по нормалі до максимальних розтягуючих напружень, в результаті отримуємо нову СЕМ.

На підставі характеру зламу, виду і щільності відкладень можна зробити висновок, що зародження і розвиток тріщини відбувалося під час експлуатації. Причому, розвиток був достатньо тривалим і стадійним (близьким до загального часу експлуатації парогенератора). Термін служби парогенератора №1 Південноукраїнської АЕС згідно з актом обстеження дефектного вузла до виявлення ушкодження зварного з'єднання №111/1 склав 69841 годин. Після проведених розрахунків, отримані результати дають можливість оцінити загальну кількість часу до руйнування [263, с. 108].

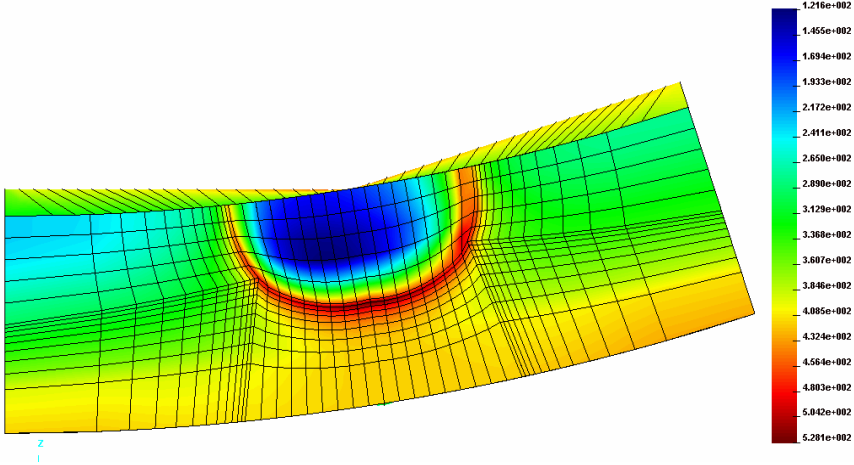
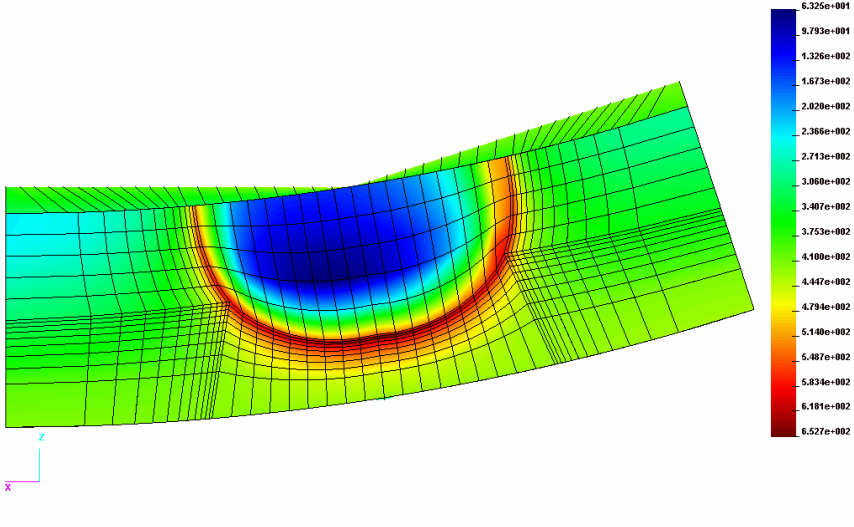
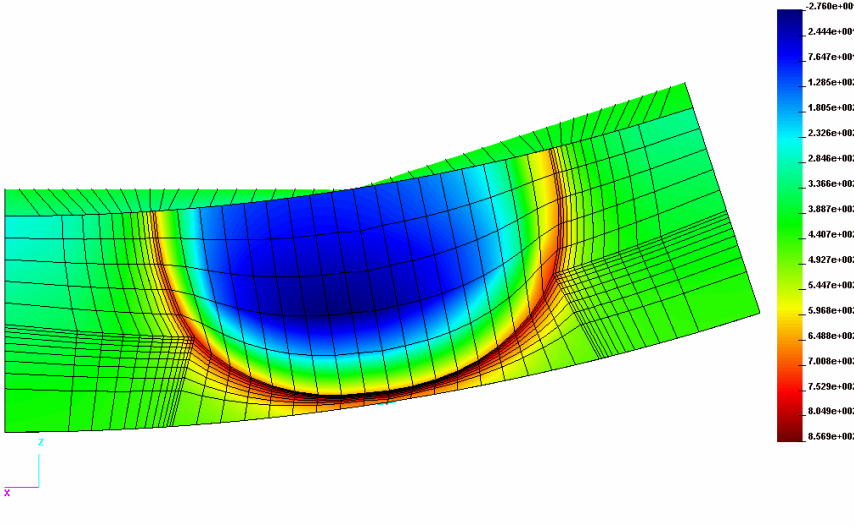
В табл.5.2. приведені результати моделювання зростання фронту тріщини в конкретний період часу.

Таблиця 5.2

Результати моделювання процесу зростання тріщини

№ кроку	Термін служби вузла, годин	Епюри максимальних розтягуючих напружень фронті тріщини, МПа
1	7270	
5	21014	
8	31253	

Таблиця 5.2. (продовження)

№ кроку	Термін служби вузла, годин	Епюри максимальних розтягуючих напружень фронту тріщини, МПа
10	37985	
14	51760	
19	69915	

Як було відмічено вище, термін служби вузла приварювання згідно акту експертного висновку складає 69841 годин (приблизно 8 років), а розрахунковий термін служби склав 69915 годин. Цей результат достатньо точно співпадає з тим, який приведений в акті експертного висновку. Розбіжність складає $\Delta = 0,1\%$.

Аналогічне ушкодження зварного з'єднання зареєстроване на ПГ-2 енергоблоку №1 ПУ АЕС і ПГ-1 енергоблоку №5 НВ АЕС, які відносяться до енергоблоків ВВЕР-1000 "малої" серії. Енергоблоки "малої" серії мають іншу компоновку петель ГЦК в порівнянні з серійними енергоблоками В-320.

В усіх перерахованих випадках ушкодження зварного з'єднання, зародження тріщини відбувалося на внутрішній поверхні "кишені" "гарячого" колектора з розтягнутого боку ГЦК Ду850.

ВИСНОВКИ

Основні результати, отримані в дисертаційній роботі, полягають в наступному:

1. Розроблені, програмно реалізовані та апробовані на низці контрольно-тестових задач методи інформаційної підтримки систем моніторингу життєвого циклу обладнання хімічної промисловості, що працює в умовах статичного і циклічного навантаження.

2. Для коректного моделювання накопичення дефектів та руйнування об'єктів хімічної промисловості вперше проведена адаптація ітераційно-аналітичної теорії оболонок стосовно до вирішення задач механіки руйнування просторових конструкцій в тому числі багат шарових.

3. Вперше розроблений метод дискретно-віртуального просування зон розшарування для дослідження процесів руйнування багат шарових конструкцій хімічної промисловості.

4. Розроблено новий багат шаровий уточнений скінченний елемент, який дозволяє коректно моделювати життєвий цикл обладнання хімічних виробництв з урахуванням умов контакту між шарами матеріалу та тертя.

5. Розроблено алгоритми, що дозволяють моделювати накопичення дефектів, руйнування та розшарування з урахуванням умов контакту між шарами в елементах обладнання хімічних виробництв, що працюють в умовах циклічного навантаження.

6. Проведена апробація запропонованих методів, алгоритмів та СЕ шляхом вирішення низки контрольно-тестових задач.

7. Розроблено системи безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу об'єктів хімічної промисловості, що дозволяють виконувати моніторинг обладнання хімічних виробництв в процесі їх експлуатації з урахуванням штатних та позаштатних, в тому числі і аварійних, ситуацій.

8. Результати виконаних в дисертації досліджень використовувались при проектуванні пластинчатої муфти на ВАТ «Сумський завод «Насосенергомаш»,

при розробці модернізованої конструкції вузла з'єднання вінцевої шестерні з корпусом обертової печі та при створенні регламенту технічного обслуговування елементів обладнання енергоблоку Запорізької АЕС.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Сопротивление материалов деформированию и разрушению : справочное пособие в 2-х ч. / В.Т.Трощенко, А.Я.Красовский, В.В.Покровский и др. – Киев : Наук. думка, 1993. – ч.1 – 243 с.; ч.2 – 704 с.
2. Гондлях А.В. Итерационно-аналитическая теория деформирования многослойных оболочек / А.В. Гондлях // Сопротивление материалов и теория сооружений. – Киев : Будивельник, 1988. – №53. – С. 33–57.
3. Баженов В.А. Нелинейные задачи механики многослойных оболочек : монография / В.А. Баженов, А.С.Сахаров, А.В. Гондлях, С.Л. Мельников – К. : НД Будмеханики, 1994. – 264 с.
4. Кислоокий В.Н. Исследование устойчивости оболочек при статических и динамических нагрузках методом конечных элементов / В.Н. Кислоокий, А.С. Сахаров, Н.А. Соловей // Тез. докл. Всесоюзной конф. по проблемам устойчивости в строительной механике. – М., 1976. – С. 53–54.
5. Кислоокий В.Н. Моментная схема МКЭ в геометрически нелинейных задачах прочности и устойчивости оболочек / В.Н. Кислоокий, А.С. Сахаров, Н.А. Соловей // Проблемы прочности, 1977. – №7. – С. 37–42.
6. Сахаров А.С. Устойчивость и закритическое поведение оболочечных конструкций с учетом больших перемещений и пластичности материала / А.С. Сахаров // В кн. Международный конгресс о применении математики в технических науках. Применение математических методов и электронной обработки данных в целях интенсификации строительного производства (ГДР, Веймар, 1978 г.) : Доклады. Веймар : Изд-во НАВ, 1987. – С. 218–227.
7. Сахаров А.С. Решение геометрически нелинейных задач статики и динамики оболочек на основе метода конечных элементов / А.С. Сахаров, А.В. Гондлях, С.Л. Мельников // В сб. Сопротивление материалов и теория сооружений, 1990. – №56. – С. 38–42.
8. Сахаров А.С. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А.С.

- Сахаров, В.Н. Кислоокий, В.В. Киричевский, И. Альтенбах, У. Габберт, Ю. Данкерт, Х. Кепплер, З. Кочык. – К. : Вища школа, 1982. – 480 с.
9. Сахаров А.С. Исследование сходимости метода конечных элементов в задачах пластин и оболочек / А.С. Сахаров, Н.А. Соловей // В кн. Пространственные конструкции зданий и сооружений. Вып. 3. – М. : Стройиздат, 1977. – С. 10–15.
 10. Канторович З.В. Машины химической промышленности / З.В. Канторович. – М. : Машиностроение, 1965. – 415 с.
 11. Александров И.А. Ректификационные и абсорбционные аппараты. Методы расчета и основы конструирования : 3-е изд., перераб. / И.А. Александров. – М. : Химия, 1978. – 280 с.
 12. Барановский Н. В. Пластинчатые и спиральные теплообменники / Н.В. Барановский, Л.М. Коваленко, А.Р. Ястребенецкий. – М. : Машиностроение, 1973. – 288 с.
 13. Михеев М.А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М. : Энергия, 1977. – 344 с.
 14. Домашнев А.Д. Конструирование и расчет химических аппаратов / А.Д. Домашнев. – М. : Машиностроение, 1961. – 624 с.
 15. Аксельрод Л.С. Конструирование и расчет ситчатых ректификационных колонн / Л.С. Аксельрод. – М. : Машгиз, 1956. – 530 с.
 16. Гельперин Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии / Н.И. Гельперин. – М. : Химия, 1981. – 812 с.
 17. Гельперин Н.И. Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности / Н.И. Гельперин, В.Л. Пебалк, А.Е. Костянян. – М. : Химия, 1977. – 260 с.
 18. Лацинский А.А. Конструирование сварных химических аппаратов : Справочник / А.А. Лацинский. – Л. : Машиностроение, 1981. – 382 с.
 19. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А.Г. Касаткин. – М, 1970. – 784 с.
 20. Корниенко Я. Н. Алгоритмы расчета прямоточного циклона:

- Методические указания по применению вычислительной техники по курсу "Машины и аппараты химических производств" для студентов спец. химико-технологич. и химико-машиностроительного фак. всех форм обучения / Я. Н. Корниенко, В. Н. Марчевский, В. И. Яременко. – К. : КПИ, 1987. – 24 с.
21. Лебедев П.Д. Расчет и проектирование сушильных установок / П.Д. Лебедев. – М. : Госэнергоиздат, 1963. – 320 с.
 22. Лебедев П.Д. Теплообменные, сушильные и холодильные установки : Учебник для студентов технических вузов. Изд. 2-е, перераб. / П.Д. Лебедев. – М. : Энергия, 1972. – 320 с.
 23. Лукач Ю.Е. Алгоритмы расчета червячно-дискового экструдера : Метод. указ. к применен. техники и элементов САПР в курсе "Машины и аппараты хим. пр-в" : Учебное пособие / Ю.Е. Лукач, Л.Б. Радченко, Н.П. Швед. – К. : КПИ, 1988. – 28 с.
 24. Лукач Ю.Ю. Теплові процеси та апарати хімічних і нафтопереробних виробництв : Навч. посіб. / Ю.Ю. Лукач, І.О. Мікульонок, В.Л. Ракицький, Г.Л. Рябцев. – Міністерство освіти та науки України, НТУУ "КПІ". – Київ : НМЦВО, 2004. – 161 с.
 25. Назаренко І.І. Фізичні основи механіки будівельних матеріалів : Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І.І. Назаренко, М.М. Ручинський. – Київський нац. ін-т будівництва і архітектури. – Львів : Афіша, 2002. – 128 с.
 26. Парфенюк А.С. Продление ресурса агрегатов путем предотвращения развития трещин в элементах конструкций / А.С. Парфенюк, П.В. Третьяков, Е.Д. Костина // Захист металургійних машин від поломок: Зб.наук.пр. – Вип.7. – Маріуполь, 2003. – С. 110–113.
 27. Парфенюк А.С. О разрушении кладки коксовых батарей из крупных огнеупорных бетонных блоков и традиционных динасовых огнеупоров / А.С. Парфенюк, П.В. Третьяков, Е.Д. Костина // Кокс и химия, 2004. – № 8. – С. 25–27.

28. Парфенюк А.С. Повышение надежности и долговечности элементов коксовых батарей из огнеупорных бетонов / А.С. Парфенюк, С.П. Веретельник, Е.Д. Котова // Сборник тезисов докладов научно-технической конференции по завершенным научно-исследовательским работам. – Донецк, 1991. – С. 12.
29. Парфенюк А.С. Оценка влияния механизмов коксовых машин на надежность производства / А.С. Парфенюк, А.А. Булатов, Н.А. Хромов, С.П. Веретельник // Кокс и химия, 1990. – №2. – С. 28–32.
30. Парфенюк А.С. Снижение трещинообразования в огнеупорных конструкциях тепловых агрегатов / А.С. Парфенюк, Е.Д. Костина, О.Е. Алексеева // Огнеупоры и техническая керамика, 1997. – № 3. – С. 35–37.
31. Парфенюк А.С. Расчет безотказности крупноблочной бетонной кладки коксовых батарей / А.С. Парфенюк, Е.Д. Костина, О.Е. Алексеева // Кокс и химия, 2001. – № 5. – С. 14–17.
32. Плановский А.Н. Процессы и аппараты химической технологии : учебник для техникумов / А.Н. Плановский, В.М. Рамм, С.З. Каган. – Москва : Химия, 1968. – 848 с.
33. Радченко Л.Б. Моделювання процесів хімічної технології : навч. посіб. для вищ. навч. закладів / Л.Б. Радченко, І.О. Мікульонок. – Міністерство освіти і науки України ; Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут". – Київ : Політехніка, 2005. – 127 с.
34. Рамм В.М. Абсорбция газов / В.М. Рамм. – М. : Химия, 1966. – 768 с.
35. Сухенко Ю.Г., Литвиненко О.А., Сухенко В.Ю. Надійність і довіговічність устаткування харчових і переробних виробництв. / Ю.Г. Сухенко, О.А. Литвиненко, В.Ю. Сухенко. – К. : НУХТ, 2010. – 547 с.
36. Сухенко Ю.Г. Интенсификация процессов и защита оборудования пищевых производств. / Ю.Г. Сухенко. – К. : ДІА, 2006. – 224 с.
37. Сухенко Ю.Г. Дослідження електрохімічних процесів під час корозійно-механічного зношення іонно-плазмових покриттів / Ю.Г. Сухенко, О.Г. Дзюб, В.М. Голубець, О.Б. Гасій // Проблеми тертя та зношування, 2007,

- вип. 47. – С. 67–74.
38. Сухенко Ю.Г. Технологічні методи забезпечення довговічності обладнання харчової промисловості / Ю.Г. Сухенко, О.І. Некоз, М.С. Стечишин. – К. : Елерон, 1993. – 107 с.
 39. Пашечко М.І. Розрахунок ресурсу трибосистем харчового обладнання на основі математичного моделювання фрикційно-контактної стійкості захисних покриттів / М.І. Пашечко, Ю.Г. Сухенко // Проблеми трибології, 1999, № 1. – С. 38–43.
 40. Сухенко Ю.Г. Визначення ресурсу та імовірності безвідмовної роботи машин і апаратів харчової промисловості за критеріями корозії та зносу / Ю.Г. Сухенко // Проблеми трибології, 1999, № 4. – С. 44–47.
 41. Чернобыльский И.И. Машины и аппараты химических производств / И.И. Чернобыльский, А.Г. Бондарь, Б.А. Гаевский. – М. : Машиностроение, 1974. – 456с.
 42. Федоткин И.М. Исследованные процессы и установленные эффекты : Автобиограф. очерк и крат. характеристика науч. работ д-ра техн. наук, проф. И.М. Федоткина / И.М. Федоткин. – К. : Химджест, 2000. – 291 с.
 43. Федоткин И.М. Кавитационные энергетические аппараты и установки / И.М. Федоткин, И.С. Гулый. – К. : Арктур-А, 1998. – 134 с.
 44. Федоткин И.М. Методы расчета реакторов пищевой технологии / И.М. Федоткин. – Киев, 1978. – 200 с.
 45. Антикайн П.А. Металлы и расчет на прочность котлов и трубопроводов : 3-е издание, перераб. и дополн. / П.А. Антикайн. – М. : Энергоатом-изд. 1990. – 368с.
 46. Пономарев С.Д. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении (расчеты при статической нагрузке) / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев. – М. : Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1950. – 703 с.
 47. Шевченко А.П. Центрифуга с поворотной платформой для испытаний радиотехнических систем / А. П. Шевченко // Проектир. и технол.

- электрон. средств, №4. – 2004. – С. 21–23.
48. Leung C.F. Centrifuge model study of spudcan-pile interaction = Исследование и анализ нагрузок при монтаже и работе центрифуг / Leung C. F., Xie Y., Chow Y. K. // The Proceedings of the 16 International Offshore and Polar Engineering Conference, San Francisco, Calif., May 28-June 2, 2006: ISOPE-2006. Vol. 2. – 2006. – P. 530–535.
 49. Краснов А.А. Центрифуга на воздушной подушке под действием случайных импульсов / А.А. Краснов, П.Е. Товстик, Т.П. Товстик // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. №1. – 2003. – С. 104–113.
 50. Филатов Д.Г. Методика проектного расчета трубчатой печи / Д.Г. Филатов, А.А. Казенов, В.С. Карпов // Хим. и нефтегаз. машиностр. Международный журнал. №5. – 2006. – С. 9–10.
 51. Jiang Xue-jiang. Анализ причины образования трещин на трубах печей для крекинга / Jiang Xue-jiang // Huaxue gongye yu gongcheng jishu = Journal of Chemical Industry and Engineering. №2. – 2003. – P. 38–40.
 52. Трегубов В.И. Изготовление баллонов высокого давления из высокопрочных двухслойных материалов вытяжкой / В. И. Трегубов. – М. : Машиностроение-1, 2003. – 162 с.
 53. Немировский Ю.В. Динамика пластических многослойных сферических сосудов и цилиндрических труб / Ю. В. Немировский // Вестн. Чуваш. гос. пед. ун-та . №1. – 2006. – С. 108–112.
 54. Зайнуллин Р.С. Безопасное развитие трещин в элементах оболочечных конструкций / Р.С. Зайнуллин, Е.М. Морозов. – СПб : Недра, 2005. – 168 с.
 55. Perl M. Analysis of uniform arrays of three-dimensional unequal-depth cracks in a thick-walled cylindrical pressure vessel = Анализ равномерно распределенных трехмерных трещин неравной глубины в толстостенном цилиндрическом сосуде давления / Perl M., Ostrach B. // Trans. ASME. J. Pressure Vessel Technol. №4. – 2003. – P. 425–431.
 56. Мокеева Г.И. Численное исследование предельного внутреннего давления в трубопроводе в зависимости от величины трещины и прочностных

- свойств материала / Г.И. Мокеева // Пробл. прочн. и пластич. № 65. – 2003. – С. 148–159.
57. Курочкин В.В. Автоматизированная оценка остаточного ресурса трубопроводов с дефектами трещин / В.В. Курочкин, Г.Х. Мурзаханов, В.Н. Щугорев // Надежность газопроводных конструкций. Сборник научных трудов. – 2000. – С. 34–39, 255–256.
 58. Попов Н.А. Расчет нагрузочных параметров механизмов поворота лопаток на ходу рабочего колеса осевых вентиляторов / Н.А. Попов, Н.Н. Петров // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых . №4. – 2004. – С. 46–52.
 59. Sieverding Frank. Design of industrial axial compressor blade sections for optimal range and performance = Методика расчета профилей лопаток осевых компрессоров / Sieverding Frank, Ribl Beat, Casey Michael, Meyer Michael. – MAN Turbomaschinen AG Schweiz, Switzerland // Trans. ASME. J. Turbomach. № 2.– 2004. – P. 323–331.
 60. Горынин И.В. Вероятностный анализ механических свойств материалов корпусов реакторов ВВЭР-1000 / И.В. Горынин, Б.Т. Тимофеев, А.А. Сорокин // Проблемы прочности. – 2006. – №2. – С. 15–28.
 61. Похмурський В.І. Матеріалознавчі аспекти надійності обладнання блоків АЕС / В.І. Похмурський, І.П. Гніп, Е.І. Личковський // Праці Наук. тов-ва ім.. Т.Г. Шевченка. Матеріалознавство і механіка матеріалів. – 2001. – Т. VI. – С. 22–42.
 62. Григорьев В.А. Тепловые и атомные электрические станции : Справочник / В.А. Григорьев, В.М. Зорин. – М. : Энергоиздат, 1982. – 624 с.
 63. Бугай Н.В. Работоспособность и долговечность металла энергетического оборудования / Н.В. Бугай, Т.Г. Березина, И.И. Трунин. – М. : Энергоиздат, 1994. – 272 с.
 64. Титов В.Ф. О повышении эксплуатационной надежности парогенераторов АЭС с PWR / В.Ф. Титов // Атомная техника за рубежом. – 1991. – № 5. – С. 7–13.
 65. Magrowski R. Environmental Degradation Assessment and Life Prediction of

- Nuclear Pressure Vessel and Piping Steels / R. Magrowski, A. Kraus, O. Speidel // Proc. of Int. Symp. on Plant Aging and Life Prediction of Corrodible Structures (15-18 May, 1995, Sapporo, Japan). – Sapporo, 1995. – P. 897–902.
66. Welty C.S. Steam Generator Issues / C.S. Welty, J.C. Blomgren // Proc. of the Fourth Int. Symp. on Environmental Degradation Mater. in Nucl. Power Systems – Water Reactors (6-10 Aug, 1989, Jekyll Island, Georgia, USA, Houston). – Houston, 1990. – P. 1–27–1–36.
 67. Hayner G.O. Examination of Tubes Removed from St. Lucia Unit 1 and Investigation of Causes of Corrosion / Hayner G.O., Frye C.R., Theus G.J. // Proc. of the Third Int. Symp. on Environmental Degradation of Materials in Nuclear Power Systems – Water Reactors (30 Aug. – 3 Sept., 1987, Tranverse City, Michigan, USA). – Michigan, 1988. – P. 449–456.
 68. McDonald D.D. The Thermodynamics of Metal-Water-Systems at Elevated Temperatures: The Water and Copper-Water systems; The Iron-Water systems; The Nickel-Water systems / McDonald D.D., Shierman G.R., Butler P. // Atomic Energy Canada Limited, AECL-4136-4139. – 1972. – P. 48–51.
 69. Doherty P.E. Development in Monitoring Corrosion Behavior of Steam Generator Materials / Doherty P.E., Psaila-Dombrowski M.J., Eden D.W. // Proc. of Int. Symp. on Plant Aging and Life Prediction of Corrodible Structures (15-18 May, 1995, Sapporo, Japan). – Sapporo, 1995. – P. 405–412.
 70. Staehle R.W. Understanding «Situation-Depended strength». A Fundamental objective in Assessing the History of Stress Corrosion Cracking / Staehle R.W. // Proc. of the First Int. Conf. on Environment – Induced Cracking of Metals (2-7 Oct. 1988, Wisconsin, USA,). – Wisconsin, 1990. – P. 561–612.
 71. Неклюдов И.М. Исследование процессов повреждаемости теплообменных труб парогенераторов АЭС Украины / Неклюдов И.М., Ожигов Л.С., Митрофанов А.С., Гоженко С.В., Пышный В.М., Бажуков А.В., Мельник П.К., Феофентов Н.А. — Украина ИФТТМТ ННЦХФТИ, г. Харьков // 7 Российская конференция по реакторному материаловедению, Димитровград, 8-12 сент., 2003. Тезисы докладов. – 2003. – С. 231.

72. Щедеркина Т.Е. Алгоритм прогнозирования повреждений теплообменных труб парогенераторов АЭС с помощью вероятностных моделей / Щедеркина Т.Е., Шапкина Е.Е., Бараненко В.И., Костюков О.Е., Илясов В.М. // Теория и практика построения и функционирования АСУ ТП Труды Международной научной конференции "CONTROL-2005", Москва, 4-6 окт., 2005. – 2005. – С. 38–43.
73. Wang X. On the assessment of through-wall circumferential cracks in steam generator tubes with tube supports = Оценка вероятности образования сквозных трещин в поперечном сечении труб ПГ, имеющих поддерживающие решетки / Wang X., Reinhardt W. — DMAE, Carleton University, Canada // Trans. ASME. J. Pressure Vessel Technol. №1. – 2003. – P. 85–90.
74. Степанов Г.В. Оценка напряженно-деформированного состояния узла сварного соединения "горячего" коллектора с патрубком парогенератора ПГВ-1000 АЭС / Степанов Г.В., Харченко В.В., Бабуцкий А.И., Романов С.В., Ворошко П.П., Кравченко В.И., Кобельский С.В., Радченко С.А., Феофентов Н.А., Кравченко И.В. — Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина // Пробл. прочн. Международный научно-технический журнал. №5. – 2003. – С. 142–153.
75. Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids / Griffith A.A. // Philosophical Transactions Royal Society of London, Series A. – 1921. – V. 221. – P. 163–198.
76. Griffith A.A. The theory of rupture / Griffith A.A. // Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics. – 1924. – P. 55–63.
77. Irwin G.R. Fracture dynamics/ Irwin G.R. // Fracturing of metals. – Cleveland: ASM, 1948. – P. 147–166.
78. Orowan E. Energy criteria of fracture / Orowan E. // The welding journal. – 1955. – V.34. – №3. – P. 1576–1606.
79. Баренблатт Г.И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Общие представления и гипотезы. Осесимметричные

- трещины / Баренблатт Г.И. // ПММ. – 1959. – Т. 23. – №3. – С. 434–444.
80. Баренблатт Г.И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Прямолинейные трещины в плоских пластинах / Баренблатт Г.И. // ПММ. – 1959. – Т. 23. – №4. – С. 706–721.
 81. Баренблатт Г.И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Устойчивость изолированных трещин. Связь с энергетическими критериями / Баренблатт Г.И. // ПМТФ. – 1959. – Т. 23. – №5. – С. 893–900.
 82. Irwin G.R. Fracture strength relative to onset and arrest of crack propagation / Irwin G.R., Kies J.A., Smith H.L. // Proceedings of the American Society for Testing and Materials. – 1959. – №58. – P. 640–657.
 83. Новожилов В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности / Новожилов В.В. // ПММ. – 1969. – Т. 33. – №2. – С. 212–222.
 84. Новожилов В.В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах / Новожилов В.В. // ПММ. – 1969. – Т. 33. – №5. – С. 797–812.
 85. Леонов М.Я. Розвиток найдрібніших тріщин в твердому тілі / Леонов М.Я., Панасюк В.В. // Прикладна механіка, АН УССР. – 1959. – Т. 5, – №4. – С. 391–401.
 86. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / Панасюк В.В. – Киев : Наукова думка, 1968. – 246 с.
 87. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits / Dugdale D.S. // Journal of the mechanics and physics of solids. – 1960. – V.8. – №2. – P.100–104.
 88. Wells A.A. Unstable crack propagation in metals-cleavage and fast fracture / Wells A.A. // Proc. Crack Propagation Symposium, Granfield. – 1961. – P.210–230.
 89. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов / Панасюк В.В. – Киев : Наукова думка, 1991. – 415 с.
 90. Хеллан К. Введение в механику разрушения / Хеллан К. – М. : Мир, 1988. – 364 с.
 91. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения / Райс Дж. –

- Разрушение. Т. 2. Математические основы теории разрушения. – М. : Мир, 1975. – С.204–335.
92. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения / Черепанов Г.П. – М. : Наука, 1974. – 640 с.
 93. Партон В.З. Динамическая механика разрушения / Партон В.З., Борисковский В.Г. – М. : Машиностроение, 1985. – 264 с.
 94. Kassir M.K. Three dimensional crack problems. V. 2. A new selection of crack problems in three dimensional elasticity / Kassir M.K., Sih G.C. – Leyden : Noordhoff, 1975. – 452 с.
 95. Sih G.C. Ed. Mechanics of fracture. V.4. Elastodynamic crack problems / Sih G.C. – Leyden : Noordhoff, 1977. – 352 с.
 96. Wang M.-H. A modified S theory / Wang M.-H. // Engineering fracture mechanics. – 1985. V. 22, – №4. – P. 579–584.
 97. Баренблатт Г.И. О кинетике распространения трещин. Общие представления. Трещины, близкие к равновесным / Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Салганик Р.Л. // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1966. – №5. – С. 82–92.
 98. Баренблатт Г.И. О кинетике распространения трещин. Условие разрушения и длительная прочность / Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Салганик Р.Л. // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1966. – №6. – С. 76–80.
 99. Баренблатт Г.И. О кинетике распространения трещин. Флуктуационное разрушение / Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Салганик Р.Л. // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1967. – №1. – С. 122–129.
 100. Баренблатт Г.И. О кинетике распространения трещин. Замечание о правиле суммирования повреждаемостей / Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Салганик Р.Л. // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1967. – №2. – С. 148–150.
 101. Вавакин А.С., Салганик Р.Л. К экспериментальному исследованию скоростной зависимости трещиностойкости / Вавакин А.С., Салганик Р.Л.

- // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1975. – №5. – С. 127–133.
102. Evans A.G. A simple method for evaluating slow crack growth in brittle materials / Evans A.G. // International journal of fracture. – 1973. – V.9. – №3. – P. 267–275.
 103. Head A.K. The growth of fatigue cracks / Head A.K. // Philos. Mag. – 1953. – Ser 7. – V. 44. – №356. – P. 925–938.
 104. Head A.K. On the rate growth of fatigue cracks / Head A.K. // Trans. ASME. J.Appl.Mech. – 1954. – V.76. – P. 296–297.
 105. Head A.K. The propagation of fatigue cracks / Head A.K. // Trans. ASME. J.Appl.Mech. – 1956. – V.23. – №3. – P. 407–410.
 106. Frost N.E. The propagation of fatigue cracks on specimens / Frost N.E., Dugdale D.S. // J.mech.Phys.Solids. – 1958. – V.6. – №2. – P. 92–98.
 107. Frost N.E. Experimental studies in to the behavior of fatigue cracks / Frost N.E., Dugdale D.S. // Proc. Of the crack propagation Symp. –Cranfield, England. – 1961. – V1. – P. 166–174.
 108. Lui H.W. Crack propagation in thin metal sheet under repeated loading / Lui H.W. // Trans. ASME: J.Basic Eng. – Ser.D. – 1961. – V.83. – №1. – P. 23–31.
 109. Lui H.W. Fatigue cracks propagation and applied stress range an energy approach / Lui H.W. // Trans. ASME: J.Basic Eng. – Ser.D. – 1963. – V.85. – №1. – P. 116–122.
 110. Weibull W. A theory of fatigue cracks propagation in sheet specimens / Weibull W. // Acta metallurg. – 1963. – V.11. – №7. – P. 745–752.
 111. McEvily A.J. The rate of fatigue cracks propagation in two alluminium alloys / McEvily A.J., Illg W. // NASA Techn. Note. – 1958. – P. 43–94.
 112. Paris P.C. A critical analysis of crack propagation laws / Paris P.C. Erdogan F. // Trans. ASME: J.Basic Eng. – Ser.D. – 1963. – V.85. – №4. – P. 528–534.
 113. Paris P.C. The growth of fatigue cracks due to variations in load : Ph.D.Thesis / Paris P.C. – Lehigh University, 1962. – 263 P.
 114. Формен З. Численное исследование распространения трещин в циклически нагружаемых конструкциях / Формен З., Кэрни Б., Этл Р. // Теор. Основы

- инженерных расчетов. – 1967. – №3. – С. 8–11.
115. Pearson S. The effect of mean stress on fatigue crack propagation in half-inch thick specimens of aluminum alloys DTD 5050 and DTD 5090 / Pearson S. // Ibid. – 1972. – V.4. – P. 9–24.
 116. Broek D. The propagation of fatigue cracks / Broek D., Schijve J. // Rep. Nat. Aeronaut. Research Inst. – Amsterdam (NLR TRR 2129). – 1963. – P. 119–124.
 117. Черепанов Г.П. Инвариантные Г-интегралы и некоторые их приложения в механике / Черепанов Г.П. – ПММ. – т. 41, вып. 3. – 1977. – 256 с.
 118. Rice J.R. A path-independents integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks / Rice J.R. // J. Appl. Mech. – 1968. – V.35. – P. 374 – 386.
 119. Dowling N. E. Fatigue Crack Growth During Gross Plasticity and the J-Integral / Dowling N. E., Begley J. A. // Mechanics of Crack Growth, ASME STP 590. – 1976. – P. 82–103
 120. Dover W. D. Random Load Fatigue Crack Growth In T-Joints / Dover W. D., Hibberal R. D. // Offshore Technology Conference, 2-5 May , Houston, Texas. – 1977. – P. 170 – 182.
 121. Трощенко В.Т. Некоторые особенности роста усталостных трещин на различных стадиях их развития / Трощенко В. Т. // Пробл. прочн. Международный научно-технический журнал. №6 . – 2003. – С. 5–29.
 122. Доможиров Л.И. К обоснованию усталостного ресурса гидротурбинного оборудования с учетом дефектов и повреждений типа трещин / Доможиров Л. И. // Гидротехн. стр-во . №7. – 2006. – С. 38–45.
 123. Вассерман Н.Н. О математическом моделировании процесса усталостного разрушения / Вассерман Н. Н. // Вестн. ПГТУ. Мех. технол. матер. и конструкций. №5. – 2002. – С. 310–320.
 124. Guo Hao. Effect of cyclic loading on cracking behaviour of X-70 pipeline steel in near-neutral pH solutions = Влияние циклического нагружения на характеристики разрушения трубопроводной стали X-70 в растворе pH, близком к нейтральному / Guo Hao, Li Guangfu, Cai Xun, Yang Ruipeng,

- Yang Wu // J. Mater. Sci. and Technol. An International Journal. №4. – 2005. – P. 459–464.
125. Панасюк В.В. Определение предельных усилий при растяжении пластины с дугообразной трещиной / Панасюк В.В., Бережницкий Л.Т. // Вопросы механики реального твердого тела. Вып.3. – Киев, Наукова думка. – 1964. – С. 3–19.
 126. Эрдоган Ф. О распространении трещины в пластинах при плоском нагружении и поперечном сдвиге / Эрдоган Ф., Си Дж. // Теор. основы инж. расчетов. Сер. Д. – 1963. – Т.85, №4. – С. 49–59.
 127. Ершов Л.В. Об условиях квазихрупкого разрушения / Ершов Л.В., Ивлев Д.Д. // ПММ. – 1967. – №3 – С. 537–542.
 128. Bueckner H.F. The propagation of cracks and the energy of elastic deformation / Bueckner H.F.// Trans. ASME Ser. D. – 1958. – V.80, – №6. – P. 111–116.
 129. Gotterell B. On brittle fracture paths / Gotterell B. // Int. J. Fract. Mech. – 1965. – V.1. – №2. – P. 96–103.
 130. Sih G.C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems / Sih G.C. // Int. J. Fracture. – 1974. – V.10. – №3. – P. 305–321.
 131. Wang T.C. Fracture criteria for combined mode cracks / Wang T.C. // Scientia Sinica. – 1978. – V.21. – №4. – P. 457–474.
 132. Tirosh J. Incipient fracture angle, fracture loci and critical stress for mixed mode loading / Tirosh J. // Eng. Fracture Mech. – 1977. – V.8. – №3. – P. 607–613.
 133. Leever P.C. Fracture trajectories in a biaxially stressed plate / Leever P.C., Radon F.C., Culver L.E. // Mech. Phys. Solid. – 1976. – V.24. – №3. – P. 381–395.
 134. Морозов Е.М. Траектории трещин хрупкого разрушения как геодезические линии на поверхности тела / Морозов Е.М., Фридман Я.Б. // ДАН СССР. – 1961. – Т.139. – №1. – С. 87–90.
 135. Кудрявцев Б.А. К расчету траекторий криволинейных трещин / Кудрявцев Б.А., Морозов Е.М., Партон В.З. // Инж. журнал, МТТ. – 1968. – №3. – С. 185–187.

136. Любимов А.К. К возможности решения задачи о движении равновесной трещины / Любимов А.К. // Методы решения задач упругости и пластичности. Вып. 8. – Горький : ГГУ. – 1974. – С. 36–42.
137. Морозов Е.М. Метод расчета статической траектории трещины / Морозов Е.М. // Физика и механика деформации и разрушения конструкционных материалов. Вып. 5. – М. : Атомиздат. – 1978. – С. 67–75.
138. Морозов Е.М. Об одном методе расчета линии распространения трещины / Морозов Е.М., Сапунов В.Т. // Материалы атомной техники. Вып. 1. – М. : Атомиздат. – 1975. – С. 82–86.
139. Морозов Е.М. Некоторые методы расчета траектории трещины / Морозов Е.М., Сапунов В.Т. // Физика и механика деформации и разрушения. Вып. 8. – М. : Атомиздат. – 1980. – С. 62–71.
140. Сапунов В.Т. Одна задача о траектории трещины в полуплоскости / Сапунов В.Т., Морозов Е.М. // Физика и механика деформации и разрушения конструкционных материалов. Вып. 5. – М. : Атомиздат. – 1978. – С. 90–95.
141. Chan S.K. On the finite element method in linear fracture mechanics / Chan S.K., Tuba I.S., Wilson W.K. // Engineering fracture mechanics. – 1970. – V.2. – №1. – P. 1–17.
142. Hilton P.D. Applications of the finite element method to the calculation of stress intensity factors / Hilton P.D., Sih G.C. // Mechanics of fracture. – V.1. Methods of analysis and solutions of crack problems. – Leyden, 1973. – P. 426–473.
143. Wilson W.K. Finite element methods for elastic bodies containing cracks / Wilson W.K. // Mechanics of fracture. V.1. Methods of analysis and solutions of crack problems. – Leyden, 1973. – P. 484–515.
144. Tracey D.M. 3-D elastic singularity element for evaluation of K along an arbitrary crack front / Tracey D.M. // International journal of fracture. – 1973. – V.9. – №3. – P. 340–343.
145. Tracey D.M. Finite elements for tree-dimensional elastic crack analysis / Tracey D.M. // Nuclear engineering and design. – 1974. – V.26. – № 2. – P. 282–290.

146. Blackburn W.S. Calculation of stress intensity factors at crack tips using special finite elements / Blackburn W.S. // The mathematics of finite elements and applications. – London, N.Y. : Academic Press, 1973. – P. 327–336.
147. Hellen T.K. The calculation of stress intensity factors in two and three dimensions using finite elements / Hellen T.K., Blackburn W. S. // Computational fracture mechanics. – N.Y.: ASME, 1975. – P. 103–120.
148. Blackburn W.S. Calculation of stress intensity factors in three dimensions by finite element methods / Hellen T.K., Blackburn W. S. // International journal for numerical methods in engineering. – 1977. – V.11. – №2. – P. 211–229.
149. Hilton P.D. A specialized finite element approach for three-dimensional crack problems / Hilton P.D. // Mechanics of fracture. – V. 3. Plates and shells with cracks. – Leyden: Noordhoff International Publishing, 1977. – P. 273–298.
150. Hilton P.D. The enriched element for finite element analysis of three-dimensional elastic crack problems / Hilton P.D., Kiefer R.V. // Trans, of the ASME. Journal of pressure vessel technology. – 1980. – V.102. – №4. – P. 347–352.
151. Hilton P.D. The enriched element formulation for 3-D combined mode elastic crack problems /Hilton P.D., Perice D.C. // Computational fracture mechanics-nonlinear and 3-D problems. – N.Y.: ASME. – 1984. – P. 65–76.
152. Barsoum R. S. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics / Barsoum R.S. // International journal for numerical methods in engineering. – 1976. – V.10. – №1. – P. 23–37.
153. Raju I.S. Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates / Raju I.S., Newman J.C. // Engineering fracture mechanics. – 1979. – V.11. –№4. – P. 817–829.
154. Bloom J.M. An evaluation of the 20-node quadratic isoparametric singularity brick element / Bloom J.M., Van Fossen D.B. // International journal of fracture. – 1976. – V.12. – № 1. – P. 161–163.
155. Akin J.E. Elements for the analysis of line singularities / Akin J.E. // The mathematics of finite elements and applications. – Academic Press, 1979. – P. 65–75.

156. Parks D.M. A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors / Parks D.M. // International journal of fracture. – 1974. – V.10. – № 4. – P. 487–502.
157. Hellen T. K. On the method of virtual crack extensions / Hellen T. K. // International journal for numerical methods in engineering. – 1975. – V.9. – № 1. – P. 187–207.
158. Hellen T.K. Three-dimensional crack analysis applied to an LWR aozzle-cylinder intersection / Hellen T.K., Dowling A. R. // The international journal of pressure vessels and piping. – 1975. – V.3. – № 1. – P. 57–74.
159. McGowan J.J. Stress intensity factor solutions for internal longitudinal semi-elliptical surface flaws in a cylider under arbitrary loadings / McGowan J.J., Rayraund M. // Fracture mechanics. – 1979. – P. 365–380.
160. Hall C.A. A macro element approach to computing stress intensity factors for three dimensional structures / Hall C.A., Raymund M., Palusamy S. // International journal of fracture. – 1979. – V. 15. – № 3. – P. 231–245.
161. deLorenzi H. G. On the energy release rate and the J -integral for 3-D crack configurations / deLorenzi H. G. // International journal of fracture. – 1982. – V.19. – №3. – P. 183–193.
162. deLorenzi H.G. Energy release rate calculations by the finite element method / deLorenzi H. G. // Engineering fracture mechanics. – 1985. – V.21. – № 1. – P. 129–143.
163. Rybicki E.F. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral / Rybicki E.F., Kanninen M.F. // Engineering fracture mechanics. – 1977. – V. 9. – № 4. – P. 931–938.
164. Buchholz F.G. 2D-and 3D-applications of the improved and generalized modified crack closure integral method / Buchholz F.G., Grebner H., Dreyer K.H., Krome H. // Computational Mechanics'88. Theory and applications. Proc. of the Int. conference, 1988.—Atlanta, USA: Springer-Verlag. – 1988. – V.1. – P. 1411–1414.
165. Shih C.F. Energy release rate along a three-dimensional crack front in a

- thermally stressed body / Shih C.F., Moran B., Nakamura T. // *International journal of fracture*. – 1986. – V. 30, – № 2. – P. 79–102.
166. Murakami T. Three-dimensional J -integral calculations of part-through surface crack problems / Murakami T., Sato T. // *Computers & Structures*. – 1983. – V. 17, – № 5, 6. – P. 731–736.
167. Nikishkov G.P. Calculation of fracture mechanics parameters for an arbitrary three-dimensional crack, by the 'equivalent domain integral' method / Nikishkov G.P., Atluri S.N. // *International journal for numerical methods in engineering*. – 1987. – V. 24, – № 9. – P. 1801–1821.
168. Никишков Г.П. Расчет энергетического интеграла методом эквивалентного объемного интегрирования / Никишков Г.П. // *Вычислительные методы в механике разрушения*. – М. : Мир, 1990. – С. 365–382.
169. Atluri S.N. 3d analyses of surface flaws in thick-walled reactor pressure-vessels using displacement-hybrid finite element method / Atluri S.N., Kathiresan K. // *Nuclear engineering and design*. – 1979. – V. 51, – № 2. – P. 163–176.
170. Atluri S.N. Influence of flaw shapes on stress intensity factors for pressure vessel surface flaws and nozzle corner cracks / Atluri S.N., Kathiresan K. // *Trans, of the ASME. Journal of pressure vessel technology*. – 1980. – V. 102. – № 3. – P. 278–286.
171. Atluri S.N. Stress intensity factor solutions for arbitrarily shaped surface flaws in reactor pressure vessel nozzle corners / Atluri S.N., Kathiresan K. // *The international journal of pressure vessels and piping*. – 1980. – V. 8. – № 4. – P. 313–322.
172. Atluri S.N. Hybrid-finite-element analysis of some nonlinear and 3-dimensional problems of engineering fracture mechanics / Atluri S.N., Nakagaki M., Kathiresan K. // *Computers Structures (an international journal)*. – 1980. – V. 12, – № 4. – P. 511–520.
173. Kuna M. Three-dimensional elastic analysis of CT specimen with straight and curved crack fronts / Kuna M. // *International journal of fracture*. – 1982. – V. 19. – № 3. – P. R63–R67.

174. Kuna M. Hybrid crack tip elements for three dimensional fracture problems / Kuna M. // Application of fracture mechanics to materials and structures. Proceedings of the international conference. 1983. – Freiburg: FRG, 1984. – P. 607–617.
175. Kuna M. A mixed hybrid finite element for three-dimensional elastic crack analysis / Kuna M., Zwicke M. // International journal of fracture. – 1990. – V. 45. – № 1. – P. 65–79.
176. Wu X. R. Stress intensity factors for half-elliptical surface cracks subjected to complex crack face loadings / Wu X. R. // Engineering fracture mechanics. – 1984. – V. 19. – № 3. – P. 387–405.
177. Newman J.C. Stress-intensity factors for internal surface cracks in cylindrical pressure vessels / Newman J.C., Raju I. S. // Trans. of the ASME. Journal of pressure vessel technology. – 1980. – V. 102. – № 4. – P. 342–346.
178. Raju I.S. Stress-intensity factors for internal and external surface cracks in cylindrical vessels / Raju I.S., Newman J. C. // Trans, of the ASME. Journal of pressure vessel technology. – 1982. – V. 104. – № 4. – P. 293–298.
179. Moyer E.T. Comparative study on three-dimensional crack tip modeling methodology / Moyer E.T., Liebowitz H. // Application of fracture mechanics to materials and structures. Proceedings of the International conference, Freiburg, FRG, 1983. – 1984. – P. 595–606.
180. Tseng A. A. A three-dimensional finite element analysis of the three-point bend specimen / Tseng A. A. // Engineering fracture mechanics. – 1980. – V. 13. – № 4. – P. 939–943.
181. Raju I.S. Stress-intensity factors for two symmetric corner cracks / Raju I.S., Newman J.C. // Fracture mechanics. ASTM STP 677. – American Society for Testing and Materials, 1979. – P. 411–430.
182. Grebner H. Finite element calculation of stress intensity factors for complete circumferential surface cracks at outer wall of a pipe / Grebner H. // International journal of fracture. – 1985. – V. 27. – № 3, 4. – P. R99–R102.
183. Grebner H. Stress intensity factors for circumferential semielliptical surface

- cracks in a pipe under thermal loading / Grebner H., Strathmeier U. // Engineering fracture mechanics. – 1985. – V. 22. – № 1. – P. 1–7.
184. Raju I.S. Stress-intensity factors for circumferential surface cracks in pipes and rods under tension and bending loads / Raju I.S., Newman J.C. // Fracture mechanics. Seventeenth volume. ASTM STP 905. – Philadelphia, PA.: American Society for Testing and Materials, 1986. – P. 789–805.
 185. Mattheck C. Calculation of the stress intensity factor of a circumferential crack in a tube originating from a hole under axial tensile and bending loads / Mattheck C., Morawietz P., Munz D. // Engineering fracture mechanics. – 1985. – V. 22. – № 4. – P. 645–650.
 186. Jiang Z.D. Stress intensity factors of two parallel 3D surface cracks / Jiang Z.D., Petit J., Bezine G. // Engineering fracture mechanics. – 1991. – V. 40. – № 2. – P. 345–354.
 187. Hellen T.K. The calculation of stress intensity factors in two and three dimensions using finite elements / Hellen T.K., Blackburn W. S. // Computational fracture mechanics. – N.Y.: ASME, 1975. – P. 103–120.
 188. Tong P. On hybrid finite element technique for crack analysis / Tong P., Atluri S.N. // Fracture mechanics and technology. Proceedings of an international conference. Hon Kong, March 21-25, 1977. – 1977. – P. 1445–1466.
 189. Kobayashi A.S. Numerical analysis in fracture mechanics / Kobayashi A.S. // Application of Fracture Mechanics to Materials and Structures. – Martinus Nijhoff Publishers, 1984. – P. 27–56.
 190. Вычислительные методы в механике разрушения / Под ред. С.Атлури. – М. : Мир, 1990. – 391 с.
 191. Liebowitz H. Finite element methods in fracture mechanics / Liebowitz H., Moyer E.T. Jr. // Computers & Structures. – 1989. – V. 31. – № 1. – P. 1–9.
 192. Пуцин О.Н. Сингулярные конечные элементы: обзор и классификация / Пуцин О.Н. // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2000. – № 2. – С. 103–114.
 193. Семистенов А. В. Теоретическое и экспериментальное исследование

- причин появления дефектов в лопатке паровой турбины Т-100-130 / Семистенов А. В., Волков Е. В. // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. – №24. – 2004. – С. 206–207.
194. Morita Akira. Оценка остаточной долговечности по данным роста коррозионно-усталостной трещины в канавке для крепления лопатки паровой турбины. / Morita Akira, Kagawa Hiroyuki, Kubo Shiro // Nihonikai ronbunshu. – №678. – 2003. – С. 203–209
 195. Костюшко И.А. Напряженное состояние и предельное равновесие упруго-пластических пластин с трещинами: Автореф. дис... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. / Костюшко И.А. ; Запорож. держ. ун-т. – Запорожье, 2000. – 20 с.
 196. Ng S.W. A new way of implementing the stiffness derivative method for determining stress intensity factors = Новый способ применения метода дифференцирования жесткости для определения коэффициентов интенсивности напряжений / Ng S.W., Lau K.J. // Int. J. Fract. – №2. – 2000. – P. 29–32.
 197. Abdul-Aziz Ali. Assessment of crack growth in a space shuttle main engine first-stage high-pressure fuel turbopump blade = Оценка роста трещин в лопатках первой ступени турбонасосного агрегата горючего маршевого ЖРД ТКА Space Shuttle / Abdul-Aziz Ali // Finite Elem. Anal. and Des. – №1. – 2002. – P. 1–15.
 198. Huh Nam-Su. Инженерный метод расчета по нелинейной механике разрушения трубопроводов с окружными сквозными трещинами под внутренним давлением / Huh Nam-Su, Kim Yun-Jae, Kim Young-Jin // Tehangi kyohag hvinon mun chib. = Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers. – №6. – 2002. – P. 1099–1106.
 199. Sanal Z. Nonlinear analysis of pressure vessels: some examples = Нелинейный анализ сосудов давления. Некоторые примеры / Sanal Z. // Int. J. Pressure Vessels and Pip. – №12. – 2000. – P. 705–709.
 200. Beisheim J.R. On the three-dimensional finite element analysis of dovetail

- attachments = О расчете трехмерным методом конечных элементов соединения "ласточкин хвост" / Beisheim J.R., Sinclair G.B. // Trans. ASME. J. Turbomach. – №2. – 2003. – P. 372–379.
201. Морозов Е.М. Метод конечных элементов в механике разрушения / Морозов Е.М., Никишков Г.П. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 256 с.
 202. Jih C.J. Evaluation of a finite element based crack-closure method for calculating static and dynamic strain energy release rates / Jih C.J., Sun C.T. // Engng Fract Mech. – 1990. – №37. – P. 313–22.
 203. Tsai J.L. Dynamic delamination fracture toughness in unidirectional polymeric composites / Tsai J.L., Guo C., Sun C.T. // Compos Sci Tech. – 2001. – №61. – P. 87–94.
 204. Fleming DC. Delamination modeling of composites for improved crash analysis / Fleming DC. // J Compos Mater. – 2001. – №35. – P 77–92.
 205. Roudolff F. Comparison between two approaches for simulation of delamination growth in a DCB specimen / Roudolff F, Ousset Y. // Aerospace Sci Technol. – 2002. – №6. – P. 23–30.
 206. Gaudenzi P. Post-buckling behavior of composite panels in the presence of unstable delaminations / Gaudenzi P., Perugini P., Riccio A. // Compos Struct. – 2001. – №51. – P. 301–309.
 207. Riccio A. Embedded delamination growth in composite panels under compressive loading / Riccio A., Scaramuzzino F., Perugini P. // Composites. Part B. – 2001. – №32. – P. 209–218.
 208. Shen F. Modeling delamination growth in laminated composites / Shen F., Lee K.H., Tay T.E. // Compos Sci Tech. – 2001. – №61. – P. 39–51.
 209. Tay T.E. Analysis of delamination growth in laminated composites with consideration for residual thermal stress effects / Tay T.E., Shen F. // J Compos Mater. – 2002. – №36. – P. 299–320.
 210. D. Xie Strain energy release rate calculation for a moving delamination front of arbitrary shape based on the virtual crack closure technique. Part I: Formulation

- and validation / D. Xie, S.B. Biggers Jr. // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2006. – №73. – P. 771–785.
211. Orifici A.C. Benchmark finite element simulations of postbuckling composite stiffened panels / Orifici A.C., Thomson R.S., Gunnion A.J., Degenhardt R., Abramovich H., Bayandor. J. // *Eleventh Australian International Aerospace Congress, Melbourne, Australia, 13-17 March*. – 2005. – P. 71–75
212. Krueger R. The Virtual Crack Closure Technique : History, Approach and Application / Krueger R. // *NASA CR*. – 2002. – P. 551–628.
213. Гондлях А.В. Напряженно - деформированное состояние эллипсоидальной ребристой композитной оболочки при консольном изгибе / Гондлях А.В., Школьников В.М. // *Технология и проблемы внедрения композиционных материалов в промышленности. Тез. докл. Межотраслевой научно - технической конференции*. – Миас. – 1984. – С. 66–68.
214. Гондлях А.В. Применение итерационно - аналитической теории к определению собственных частот и форм колебаний многослойных оболочек и пластин / Гондлях А.В., Легостаев А.Д., Мельников С.Л., Сахаров А.С., Яськова Н.В. // *Сопротивление материалов и теория сооружений*. – К. : Будівельник. – 1989. – №55. – С. 52–57.
215. Гондлях А.В. Применение итерационно-аналитической теории оболочек к исследованию статического деформирования и свободных колебаний многослойных плит / Гондлях А.В., Мельников С.Л., Сахаров А.С., Малюшицкий А.А. // *Сопротивление материалов и теория сооружений*. – К. : Будивэльник. – 1992. – №60. – С. 26–34.
216. Гольденвейзер А.Л. Методы обоснования и уточнения теории оболочек / Гольденвейзер А.Л. // *Прикладная математика и механика*. – 1968. – №4. – С. 684–695.
217. Плеханов А.В. О построении теории изгиба многослойных пластин средней толщины / Плеханов А.В. // *Сопротивление материалов и теория сооружений*. – К. – 1977. – №31. – С. 67–72.
218. Прусаков А.П. О построении уточненной теории двухслойных пластин /

- Прусаков А.П., Плеханов А.В. // Прикладная механика. – 1977. – №9. – С. 59–65.
219. Писаренко Г.С. Пластичность и прочность материалов при нестационарных нагружениях / Писаренко Г.С., Можаровский Н.С., Антипов Е.А. – К. : Наук. думка, 1984. – 216 с.
220. Писаренко Г.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести / Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. – К. : Наук.думка, 1985. – 496 с.
221. Пискунов В.Г. Об одном варианте неклассической теории неоднородных пологих оболочек и пластин / Пискунов В.Г. // Прикладная механика. – 1979. – №11. – С. 76–81.
222. Пискунов В.Г. Собственные колебания пологих многослойных сферических оболочек / Пискунов В.Г. // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К. : Будівельник. – 1977. – №31. – С. 33–36.
223. Победря Б.Е. Особенности теории процессов для композитов / Победря Б.Е. // Механика композитных материалов. – 1984. – №4. – С. 612–617.
224. Вольмир А.С. Статика и динамика сложных структур. Прикладные многоуровневые методы исследований / Вольмир А.С., Курантов Б.А., Турбаивский А.Т. – М. : Машиностроение, 1989. – 248 с.
225. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов: от интуиции к общности / Зенкевич О.К. // Сб. переводов «Механика». – М. : Мир, 1970. – №6. – С. 90–103.
226. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике / Зенкевич О.К. – М. : Мир, 1975. – 541 с.
227. Галлагер. Исследование устойчивости конструкций на основе анализа дискретных элементов / Галлагер, Пэдлог //Ракетная техника и космонавтика. – 1963. – Т.І. – №6. – С. 194–196.
228. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Оден Дж. – М. : Мир, 1976. – 464 с.
229. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач /

- Лионс Ж.-Л. – М. : Мир, 1972. – 588 с.
230. Raviart, Thomas J.M. Introduction a' l' analyse numérique des équations aux dérivées partielles / Raviart, Thomas J.M. – Paris : Masson, 1983. – 217 P.
 231. Сахаров А.С. Уточненная теория многослойных композитных оболочек в задачах статики и динамики / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л. // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1986. – Вып.49. – С. 17–34.
 232. Сахаров А.С. Численное моделирование прогрессирующего трещинообразования в многослойных оболочках / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л. // Проблемы численного моделирования и автоматизации проектирования инженерных конструкций. Сборник научных трудов Ленинградского ордена Ленина и ордена Октябрьской революции института инженеров железнодорожного транспорта им. акад. В.Н. Образцова. – Ленинград. – 1987. – С. 9–14.
 233. Сахаров А.С. Численное моделирование процессов разрушения в задачах механики неоднородных структур / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л. // Тезисы 2 Всесоюзной конференции по механике неоднородных структур. – Львов. – 1987. – С. 27–41.
 234. Сахаров А.С. Применение итерационно-аналитической теории оболочек к оценке напряженно-деформированного состояния конструкций химического машиностроения / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л., Сайко О.Я. // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1990. – Вып.57. – С. 36–42.
 235. Сахаров А.С. Численное моделирование процессов разрушения многослойных оболочек из композитов / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л., Снитко А.Н. // Механика композитных материалов. – 1989. – №3. – С. 459–465.
 236. Морозов Е.М. Моделирование на ЭВМ испытаний компактного образца в упругопластической области / Морозов Е.М., Никишков Г.П. // Заводская лаборатория. – 1978. – №8. – С. 27–65.

237. Морозов Е.М. МКЭ-расчет коэффициента интенсивности напряжений для ДКБ-образцов / Морозов Е.М., Черныш Т.А., Воробьева Л.Ю. // Прочность и долговечность материалов и конструкций атомной техники: Сб. науч. тр. – М. : Энергоиздат, 1982. – С. 381–412.
238. Морозов Е.М. К расчету элементов конструкций на ползучесть методом конечных элементов / Морозов Е.М., Манукян К.М., Сапунов В.Т. // Прикладная механика. – 1984. – Т. 20. – №11. – С. 58–71.
239. Константинов И.А. Уравнение теории Рейснера для относительно толстых оболочек переменной толщины при действии поверхностных и объемных нагрузок / Константинов И.А. // Строительная механика сооружений. – Л. : ЛИСИ. – 1971. – С. 119–138.
240. Паймушин В.Н. К вариационным методам в задачах устойчивости упругих слоистых оболочек сложной геометрии / Паймушин В.Н., Петрушенко Ю.А., Тинчурин Р.Ф. // Пластичность и устойчивость в механике деформируемого твердого тела. – Таллин. – 1984. – С. 96–102.
241. Tracey D. M. Finite elements for determination of crack tip elastic stress intensity factors / Tracey D. M. // Eng. Fract. Mech. – 1971. – V.3. №3. – P. 255–265.
242. Barsoum R. S. Application of quadratic isoparametric finite elements in linear fracture mechanics / Barsoum R. S. // Int. J. Fract. – 1974. – V.10. – №4. – P. 603–605.
243. Henshell R.D. Crack tip finite elements are unnecessary / Henshell R.D., Shaw K.G. // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1975. – V.9. – №3. – P. 495–507.
244. Гондлях А.В. Численное моделирование разрушения композитных оболочечных систем в геометрически нелинейной постановке / Гондлях А.В., Козак А.Л. // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К. : Будивэльник. – 1985. – №46. – С. 13–17.
245. Бобров Р.К. Особенности расчета железобетонных оболочек с учетом физической нелинейности и трещинообразования по методу конечных элементов / Бобров Р.К., Козак А.Л. // Численные методы решения задач

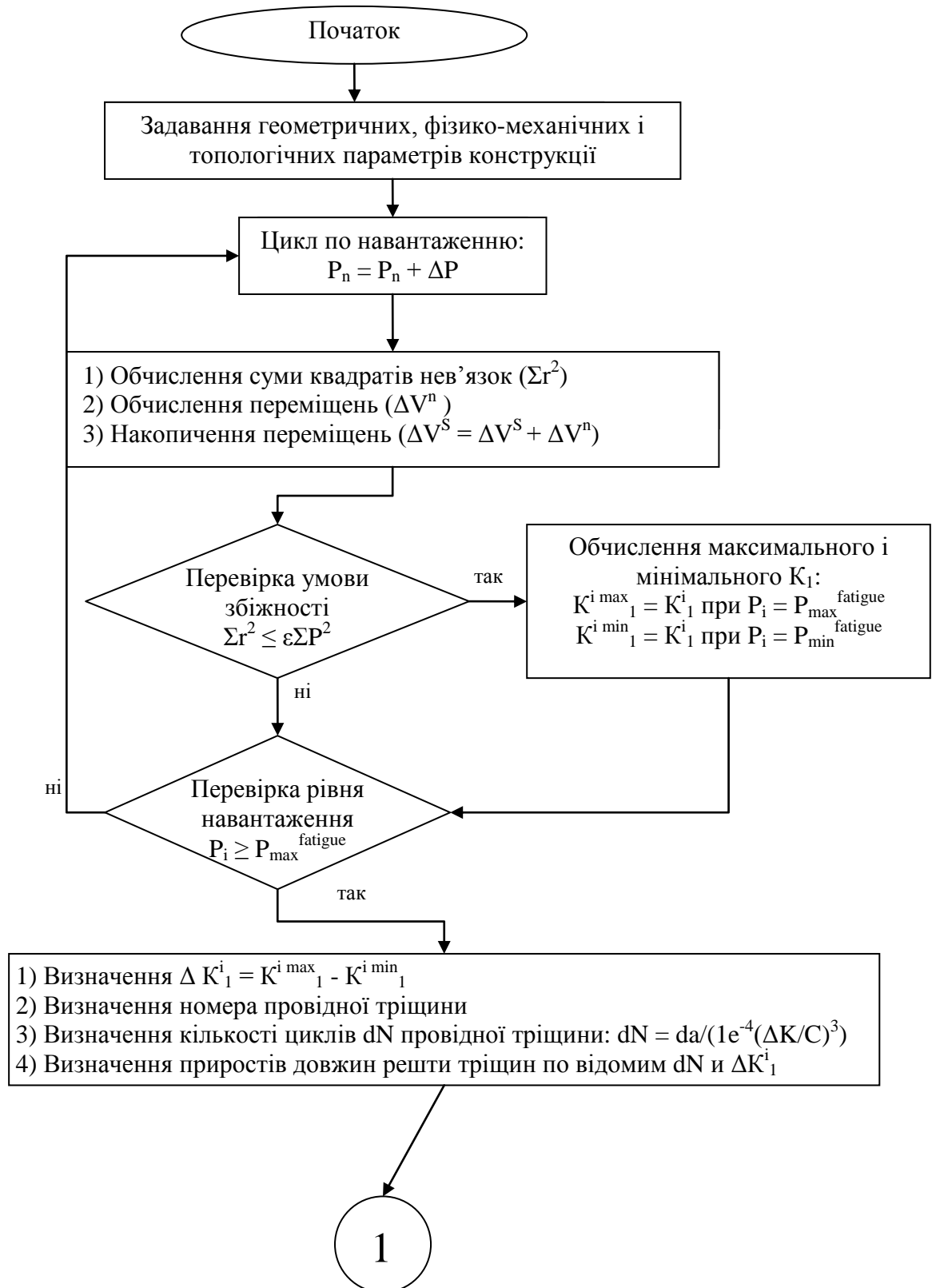
- строительной механики. – Киев : КИСИ. – 1978. – С. 140–143.
246. Гондлях А.В. Численное исследование физически нелинейного поведения оболочечных конструкций из композитных материалов на основе уточненной теории слоистых сред / Гондлях А.В. – ВНИИИС Госстроя СССР. – 1985. – 187 с.
 247. Гузь А.Н. Устойчивость трехмерных деформируемых тел / Гузь А.Н. – К. : Наук.думка, 1971. – 275 с.
 248. Сахаров А.С. Программный комплекс АПРОКС - ЕС для исследования напряженно - деформированного состояния и разрушения оболочечных конструкций при статических и динамических нагрузках / Сахаров А.С., Гондлях А.В., Горячева И.Ю., Мельников С.Л. // Тезисы докладов научнопрактической конференции по пространственным конструкциям. – Ростов-на-Дону. – 1988. – С. 105–106.
 249. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек / Кантор Б.Я. – К. : Наук. думка. – 1974. – 136 с.
 250. Рикардс Р.Б. Деформирование при ударе балок из гибридных композитных материалов / Рикардс Р.Б., Снисаренко С.И. // Механика композитных материалов. – 1985. – №1. – С. 97–103.
 251. Капанья Р.К. Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Ч.1.: Влияние сдвигов и устойчивость / Капанья Р.К., Рачити С. // Аэрокосмическая техника. – 1990. – №5. – С. 43–57.
 252. Броек Д. Основы механики разрушения / Броек Д. – Лейден, 1974. – Пер. с англ. – М. : Высш. школа, 1980. – 368 с.
 253. Greager H. The effect of reinforcements on the slow stable tear and catastrophic failure of thin metal sheet / Greager H. Lui A. F. // AIAA. – 1971. – P. 71– 113.
 254. Bathe K.Y. Stability and accuracy of direct integration methods / Bathe K.Y., Wilson E.L. // Earthquake engineering and structural dynamics. – 1973. – V.1. – P. 283–291.
 255. Rybicki E.F. An incremental complementary energy method of nonlinear stress analysis / Rybicki E.F. // Case Western Res. Univ. Solid Mech., Struct. and

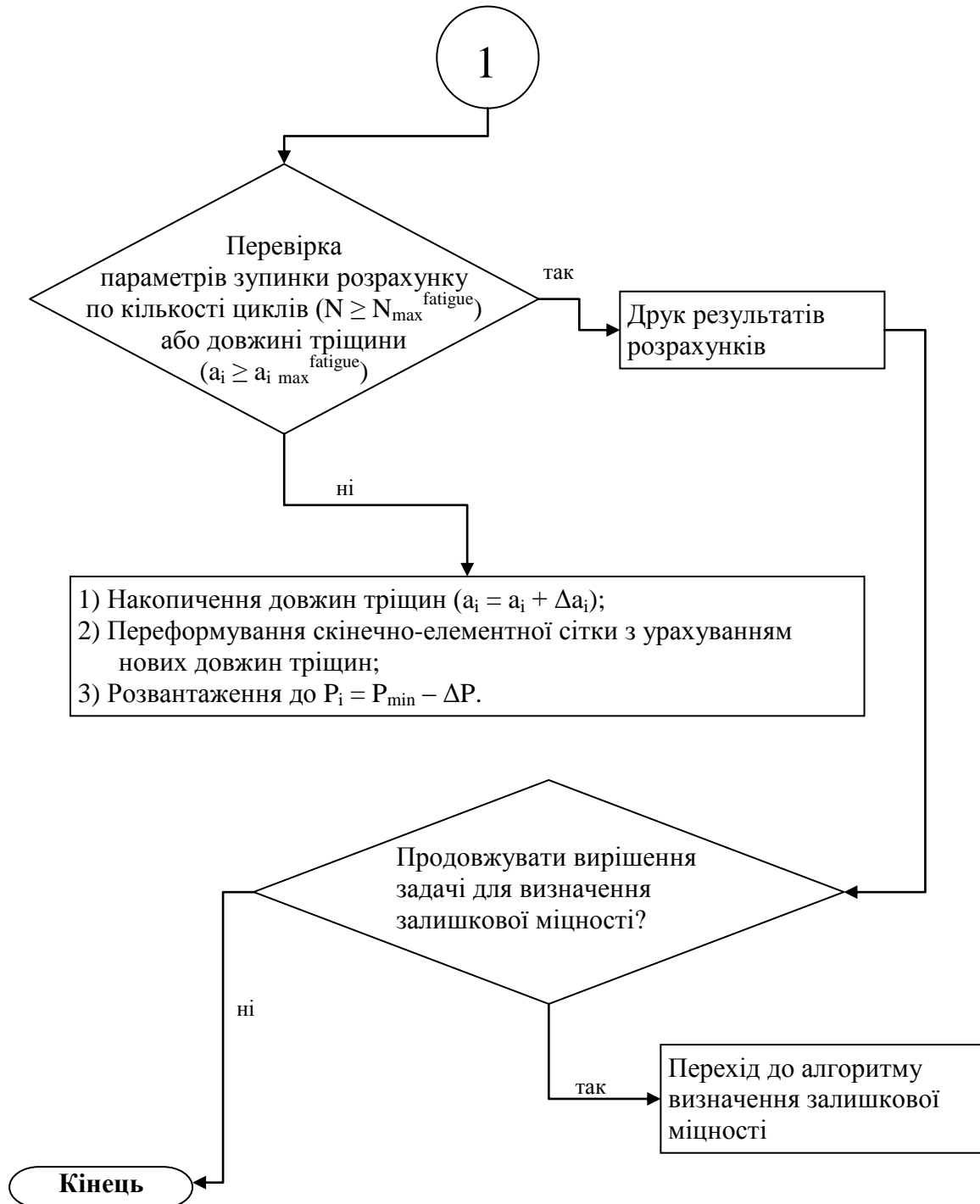
- Mech. Design Div. – 1968. – N17. – P. 711–754.
256. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Хилл Р. – М. : ГИТТЛ, 1956. – 407 с.
 257. Norris Ch. Strength of ortotropic Materials, subjected to combined stresses / Norris Ch. // Forest Prod. Lab. USA. – 1962. – №18. – P. 16–23.
 258. Chamis C.C. Failure Criteria for Filamentary Composites / Chamis C.C. // American Society for Jesting and Materials. – 1969. – P. 336–351.
 259. Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Писаренко Г.С., Лебедев А.А. – К. : Наук. думка. – 1976. – 415 с.
 260. Гольденблат И.И. Прочность стеклопластиков при сложном напряженном состоянии / Гольденблат И.И., Копнов В.А. // Механика полимеров. – 1965. – N1. – С. 70–78.
 261. Ашкенази Е.К. К вопросу о геометрии теории прочности. / Ашкенази Е.К. // Механика полимеров. – 1967. – №4. – С. 703–707.
 262. Сабоннадьер Ж.-К. Метод конечных элементов и САПР: Пер. с франц / Сабоннадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л. – М. : Мир, 1989. – 190 с.
 263. Мелехов Р.К. Конструкційні матеріали енергетичного обладнання: властивості, деградація. Проект "Наукова книга" [Текст] : монографія / Мелехов Р.К., Похмурський В.І. – К. : Наук. думка, 2003. – 383 с. – ISBN 966-00-0150-9.
 264. Erdman D. L. Fatigue Crack Growth in Adhesive Joints / D. L. Erdman and J. M Starbuck // Proc. SAMPE-ACCE-DOE-SPE Midwest Advanced Materials and Processing Conferences, Dearborn MI, September 12 - 14, 2000. – 2000. – P. 155–163.
 265. Alderliesten, R.C. Fatigue Crack Propagation and Delamination Growth in Glare : PhD thesis /Alderliesten, R.C. – Delft University Press. – 2005. – 187 P.
 266. Henry Sklyut. Automated finite element based predictions of simultaneous crack growth and delamination growth in multi-layers in advanced metallic hybrid stiffened panels using the Alcoa ASPAN-FP tool / Henry Sklyut, Michael

- Kulak, Markus Heinimann, Mark James, Olexander V. Gondliakh, Roman Pashinskij. // Proceedings of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures IASS-IACM 2008: "Spanning Nano to Mega" 28-31 May 2008, Cornell University, Ithaca, NY, USA. – 2008. – P. 52.
267. «Моделювання тріщиноутворення в обладнанні теплових та атомних електростанцій на базі чисельних досліджень. Анотований звіт
268. Демидов П.Н. Применение информационных технологий для прогнозирования остаточного ресурса трубопроводов АЭС / П.Н.Демидов, В.А.Жовдак, А.С.Кипоренко, В.В.Локошко, С.М.Полищук, А.И.Трубаев. // Вестник национального технического университета «ХПИ». Сборник научных трудов. – Харьков. – 2008. – С. 65–74.
269. Евдокимов Н.Н. Моделирование напряженно-деформированного состояния болтового соединения рабочего колеса гидротурбины на основе 3D модели / Н.Н.Евдокимов, А.С.Степченко, А.И.Трубаев // Вестник национального технического университета «ХПИ». Сборник научных трудов. – Харьков. – 2009. – С. 48–55.

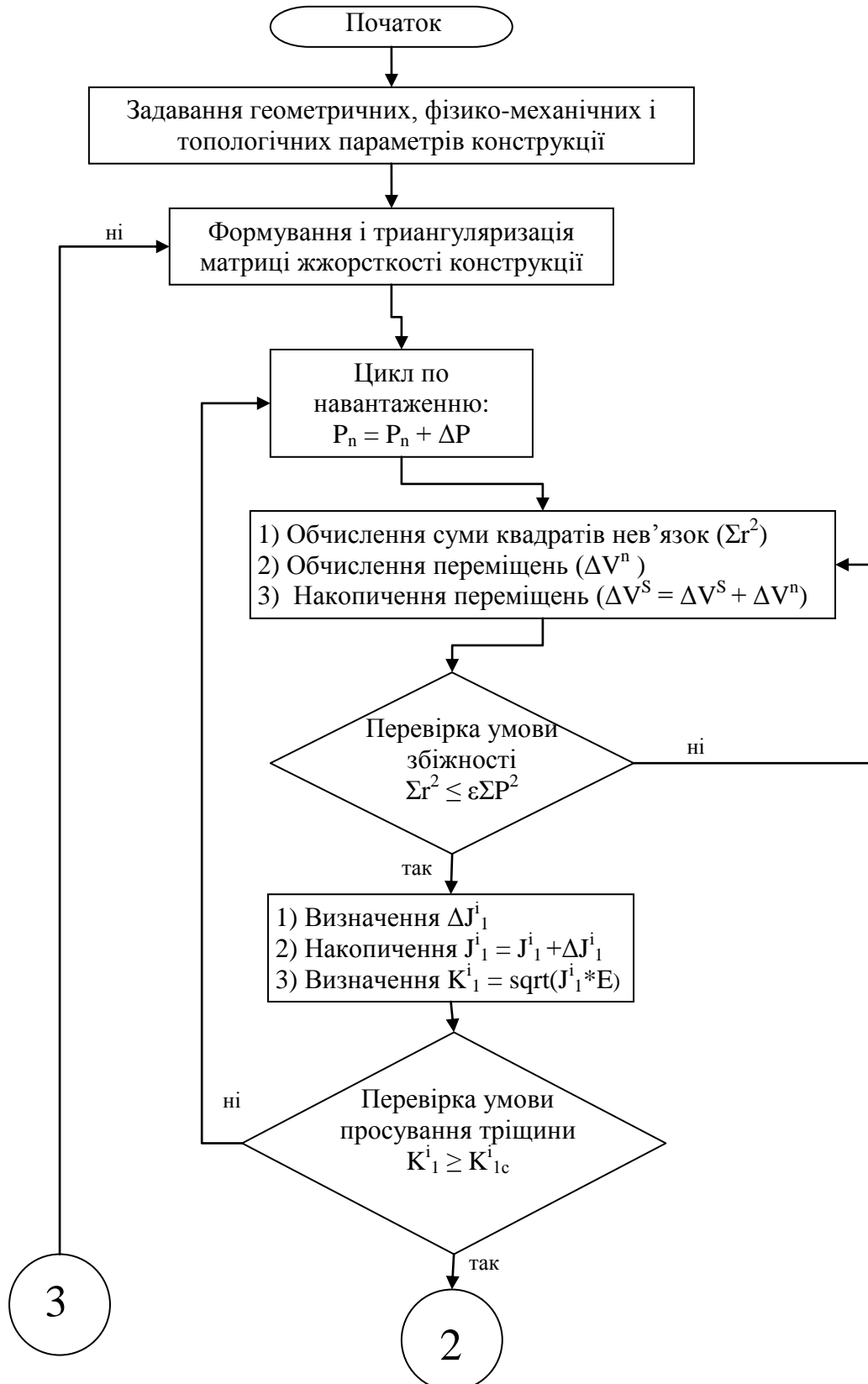
Додаток А

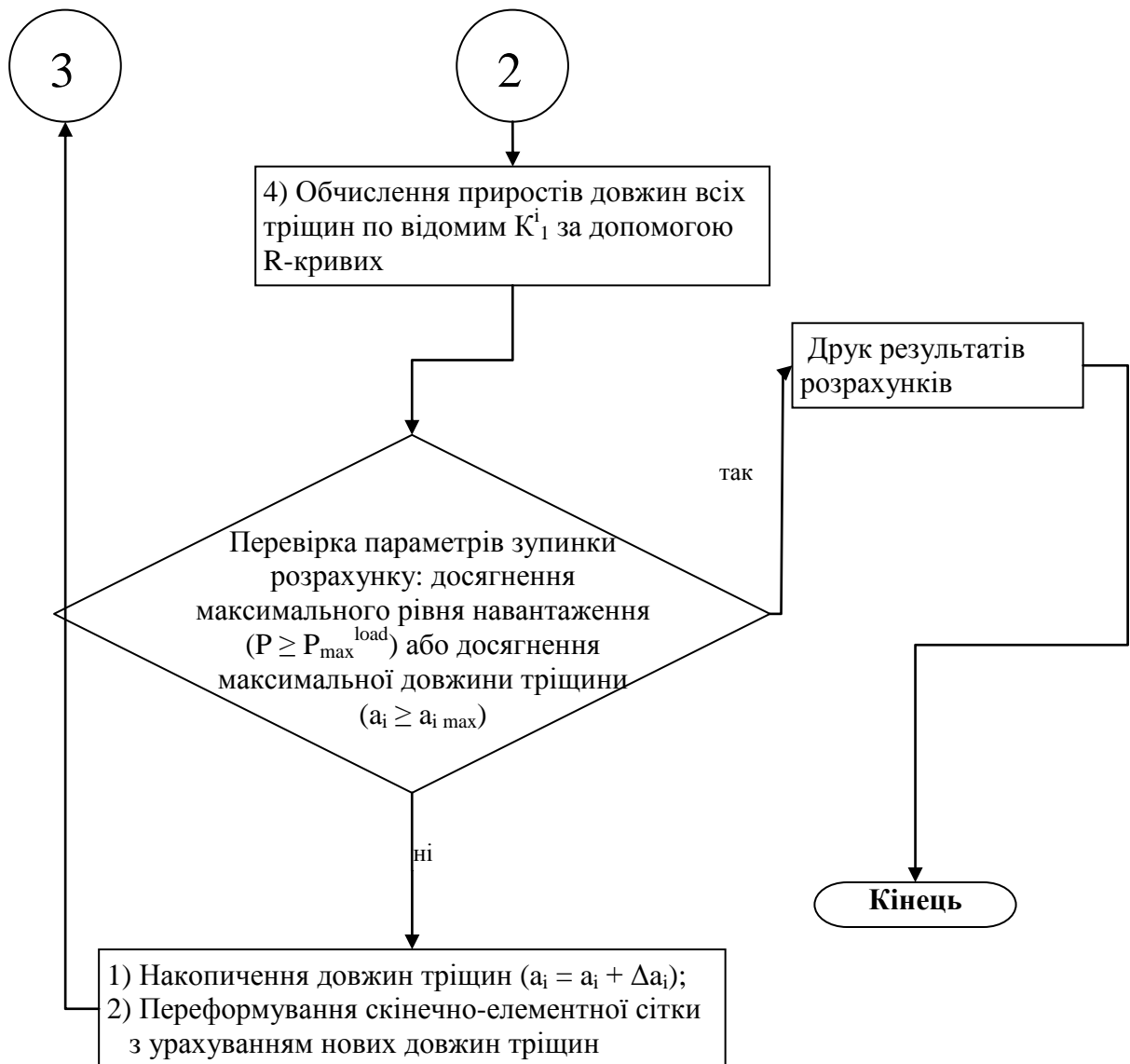
**Алгоритм чисельного моделювання процесу руйнування під дією
циклічного навантаження**





Додаток Б

Алгоритм вирішення задачі з визначення залишкової міцності
конструкції



Додаток В

Об'єктно-орієнтований комплекс "АПРОКС" моніторингу життєвого циклу обладнання хімічної промисловості

МСЕ - один з найбільш універсальних і ефективних чисельних методів вирішення задач механіки руйнування. Не дивлячись на те, що ідеї, що лежать в основі МСЕ, були запропоновані ще за часів Пуассона, широкого розповсюдження цей метод розрахунку набув лише в останні 40 років. Розвиток МСЕ тісно пов'язаний з прогресом в області кібернетики і обчислювальної техніки. При використанні сучасних швидкодіючих ЕОМ МСЕ є потужним апаратом вирішення різноманітних задач механіки деформованого твердого тіла.

Найважливішим етапом реалізації МСЕ є розробка відповідного програмного забезпечення. Впродовж усієї історії розвитку МСЕ стосовно вирішення задач механіки руйнування спостерігаються дві тенденції: створення програм, орієнтованих на рішення якого-небудь вузького класу задач, а також розробка великих обчислювальних комплексів, що забезпечують можливість дослідження різного роду конструкцій від різноманітних видів навантажень і дій в лінійній і нелінійній постановках.

Практика вирішення задач по МСЕ показала доцільність створення на базі потужних ЕОМ великих систем програмного забезпечення, причому нині досягнуті значні успіхи в цій області. Створені і успішно експлуатуються такі системи, як: NASTRAN (США), MARK (США), ASKA (ФРН), NORSAM (Норвегія), системи IESS (США, Великобританія та ін.), а також МІРАЖ, СУПЕР, АВТОР, ЛІРА, БОЛІД, ПРОЗА, СИПРИМАК, СОНАР, РАССУДОК, ГАММА, КАСКАД, КОРПУС, МАРС-ЄС та ін. Широкого розповсюдження набула система математичного забезпечення міцністних розрахунків просторових конструкцій ПРОЧНОСТЬ- 75, розроблена Київським інженерно-будівельним інститутом і передана до фонду алгоритмів і програм ГИК АН УРСР.

Внаслідок орієнтації на складні обчислювальні процедури і обробку великого об'єму інформації програмне забезпечення МСЕ повинно виконуватися на достатньо високому рівні із залученням усіх відомих прогресивних концепцій програмування, наприклад: модульна структура комплексу, стандартизація інтерфейсів, застосування проблемно-орієнтованих мов програмування високого і низького рівнів. Всі перераховані особливості властиві системі математичного забезпечення міцністних розрахунків ПРОЧНОСТЬ- 75, на базі якої був створений програмний комплекс АПРОКС.

Комплекс АПРОКС орієнтований на дослідження напружено-деформованого стану композитних систем в фізично і геометрично нелінійних постановках, що перебувають під впливом статичного і динамічного навантаження. З його допомогою можна досліджувати в класичній і уточненій постановках такі характерні особливості роботи композитних багат шарових систем, як: великі переміщення, процес пластичного деформування матеріалу шарів, зародження і розвиток тріщин як по товщині, так і в плані конструкції при силовому, стаціонарному і нестаціонарному динамічному навантаженні, визначення спектру власних форм і частот коливань багат шарових конструкцій.

Однією з основних концепцій, покладених в основу комплексу АПРОКС, є методика фрагментації, що послідовно проводиться відносно дискретної моделі, програмних модулів, вхідної, оперативної і вихідної інформації. Фрагментація дискретної моделі передбачає представлення конструкції як сукупності її окремих частин - фрагментів, на кожному з яких окремо наноситься розрахункова сітка, що розбиває досліджувану область на СЕ.

Для детального опису дискретної моделі геометрично складних конструкцій широко використовується принцип квазірегулярності розрахункових сіток. Він полягає в тому, що всередині кожного фрагмента наноситься регулярна сітка СЕ, яка утворюється лініями двох сімейств і може бути відображена на прямокутник, складений з квадратів. В той же час, при апроксимації конструкції в цілому, принцип регулярності може бути

порушений, тобто у вузлах, спільних для декількох фрагментів, можливий перетин ліній більш, ніж двох сімейств. Застосування квазірегулярних розрахункових сіток широко досліджене в роботі [204], в якій показана їх висока ефективність в разі потреби з достатнім ступенем точності описати геометрію конструкції складної конфігурації, при дослідженні напружено-деформованого стану в зонах концентрації напружень і так далі. Для кожного фрагмента окремо відводяться інформаційні масиви, що є сукупністю полів початкових і оперативних даних. До початкової інформації відносяться поле координат вузлів сіткової області, поле ознак, що містить інформацію про топологію дискретної моделі, поле фізико-механічних характеристик, а до оперативної - поля переміщень, напружень, ознак типів тріщин, їх орієнтації в просторі, поле значень функції міцності та ін.

Такий підхід є найбільш доцільним при розрахунку складних просторових систем із змінною кількістю шарів. Причому, структура інформації про дискретну модель на всіх етапах її обробки відповідає розбиттю її на фрагменти в тому розумінні, що інформаційні поля, що відносяться до одного фрагмента, існують в пам'яті ЕОМ як єдиний файл і розташовані в ній безперервно. Цей файл записується на зовнішні запам'ятовуючі пристрої і копіюється в оперативну пам'ять в міру необхідності.

Аналогічно в структурі програмного комплексу АПРОКС відображено фрагментація дискретної моделі. Так, наприклад, є модулі, які організовують обробку всієї дискретної моделі шляхом звернення до програмних блоків, що забезпечують обробку конкретних фрагментів, і, нарешті, існують підпрограми, що реалізують обробку окремих СЕ.

В.1. Загальний опис системи

Обчислювальний комплекс АПРОКС, в рамках якого реалізовані розрахункові співвідношення, приведені в даній роботі, орієнтований на вирішення широкого спектру проблем механіки деформованих просторових

систем: від лінійних розрахунків до моделювання процесів пластичного деформування і дослідження процесів тріщиноутворення багат шарових конструкцій.

Покладена в його основу ідея створення об'єктно-орієнтованих систем призвела до необхідності виконання ряду вимог, серед яких важливе місце зайняли відкритість системи і гнучкість її структури при налаштуванні на різного роду об'єкти.

Одне з найважливіших місць в цій структурі займає база проблемно-орієнтованих операторів (ПОО). Під проблемно - орієнтованими операторами розумітимемо набір програмних модулів, що виконують самостійну функцію, незалежну від інших проблемно-орієнтованих операторів і має суворий регламентований вхід і вихід, що зрештою зводить виконання розрахунку в рамках АПРОКС до виконання набору ПОО.

Функція управління проблемно-орієнтованими операторами покладена на монітор операторів, який бере на себе також функції взаємодії ПОО з базою об'єктів, що є набором формалізованих відомостей про досліджувані конструкції. Початковими даними для монітора операторів служить вектор стратегії, що формується на основі програми, написаної на проблемно-орієнтованій мові, і передаваний йому управляючим монітором.

Завданням монітора об'єкту є поповнення бази об'єктів, розгортання формалізованих даних про об'єкт в інформаційні поля, необхідні для роботи проблемно-орієнтованих операторів.

В зв'язку з цим, нижчим рівнем вхідної інформації для виконання розрахунку в системі АПРОКС є програма, написана на проблемно-орієнтованій мові, яка може бути підготовлена за допомогою будь-якого текстового процесора.

Проте, для зручності завдання початкової інформації і зведення до мінімуму можливості допуску помилок введення, в рамках АПРОКС розроблена оболонка обчислювальної системи, що дозволяє в зручному для користувача вигляді автоматизувати процес формування програм на

проблемно-орієнтованій мові, залишаючись в звичному середовищі інженерних термінів і понять. Оболонка має розвинену віконну і графічну системи, що дозволяють швидко задавати і відображувати на екрані початкові дані про досліджувані об'єкти, а також візуалізувати результати розрахунку.

В.2. Оболонка системи АПРОКС

Оболонка АПРОКС призначена для задавання початкової інформації про досліджувані об'єкти, алгоритми розрахунку, засоби обробки і візуалізації результатів вирішення задач і є розвиненою багаторівневою віконною системою, яку умовно можна представити як сукупність наступних підсистем:

1. Підсистема "Фрагмент" - задавання початкових даних про фрагмент конструкції.
2. Підсистема "Конструкція" - задавання інформації про об'єкт дослідження з метою об'єднання фрагментів в єдину конструкцію.
3. Підсистема "Алгоритм" - задавання початкової інформації про алгоритм розрахунку.
4. Підсистема зборки виконує остаточну підготовку програми до розрахунку.
5. Підсистема "Візуалізація" призначена для графічного представлення результатів розрахунку.

Функціональним призначенням підсистеми "Фрагмент" є формування програми на ПОМ, єдиним модулем, яким є модуль ФРАГМЕНТ. Зовнішній вигляд меню підсистеми узгоджується із структурою однойменного модуля і містить пункти з іменами розділів програми. В кожному з таких пунктів бере свій початок гілка підсистеми, призначена для задавання початкової інформації про ті або інші параметри фрагмента.

Так, на рівні гілки ТОПОЛОГІЯ задаються параметри скінчено-елементної сітки фрагмента, а також інформація про кількість шарів, ребра, порожнини і включення.

В розділі ГЕОМЕТРІЯ проводиться формування геометричних параметрів фрагмента на основі використання набору параметризованих геометричних примітивів, що найбільш часто застосовуються в тій або іншій області наукових і проектно-конструкторських досліджень. База геометричних об'єктів є відкритою для користувачів і може поповнюватися в міру виникнення потреб. Додатково до об'єктно-орієнтованих засобів, якими є описані геометричні примітиви, в підсистемі "Фрагмент" існують універсальні спеціальні програми генерації полів координат, що дозволяють задати фрагмент скільки завгодно складної геометрії. Передбачені лінійна, квадратична поліноміальні інтерполяції, інтерполяція кубічними сплайнами, а також можливість виконання афінних перетворень для представлення геометричних параметрів фрагментів в різних системах координат.

В розділі ВЛАСТИВОСТІ задаються фізико-механічні характеристики фрагмента, його міцнісні і теплофізичні параметри. Передбачена можливість задавання властивостей як для ізотропних, так і ортотропних довільно армованих матеріалів. Система задавання початкових даних, а також алгоритми розрахунку не орієнтовані на яку-небудь певну систему вимірювань, тому користувач може працювати в тій системі одиниць, яка йому найбільш імпонує.

В розділі ГРАНИЧНІ УМОВИ задаються зв'язки, що накладаються на фрагмент в разі рішення задачі механіки, або температурні граничні умови для задачі теплопровідності. Граничні умови задаються по ділянках з однаковим типом зв'язків, що накладаються. Під однаковим типом зв'язків мається на увазі не лише збіг видів умов, як то: кінематичні, теплові і тому подібне, але і їх параметрів, тобто напрямів зв'язків по глобальній системі координат. Межі ділянки задаються сітковими координатами скінчено-елементної сітки.

Окрім пунктів, відповідних розділам модуля ФРАГМЕНТ, в головне меню підсистеми включені ефективні засоби візуалізації початкової інформації, а також здійснення операцій обміну з базою цих об'єктів.

Підсистема "Алгоритм" призначена для задавання інформації про алгоритм розрахунку, спосіб глобальної нумерації вузлів, режим формування

матриць жорсткості і мас, умов навантаження конструкції, тощо. В цьому ж розділі здійснюється конкретизація параметрів алгоритмів з точки зору підвищення ефективності виконання задавання, тобто підготовка інформації про зміну умов навантаження конструкції в часі і в просторі, граничному числі переформовувань матриці жорсткості на кожному кроці, про зміну параметра інтегрування в разі порушення умов збіжності ітераційних процесів.

Завданням підсистеми зборки є формування всіх модулів в єдину програму і її виконання після здійснення процедури перевірки правильності задавання початкової інформації в рамках встановлених критеріїв.

Постпроцесор дозволяє візуалізувати рішення задачі у вигляді ізоліній векторних полів, муарових смуг і так далі Постпроцесор містить точки входу у внутрішню графічну підсистему, а також в систему AutoCAD. Для останньої спеціально передбачені модулі побудови DXF-файлів для візуалізації розрахункових схем конструкцій і результатів розрахунку.



Рис. В.1. Структура системи «АПРОКС».

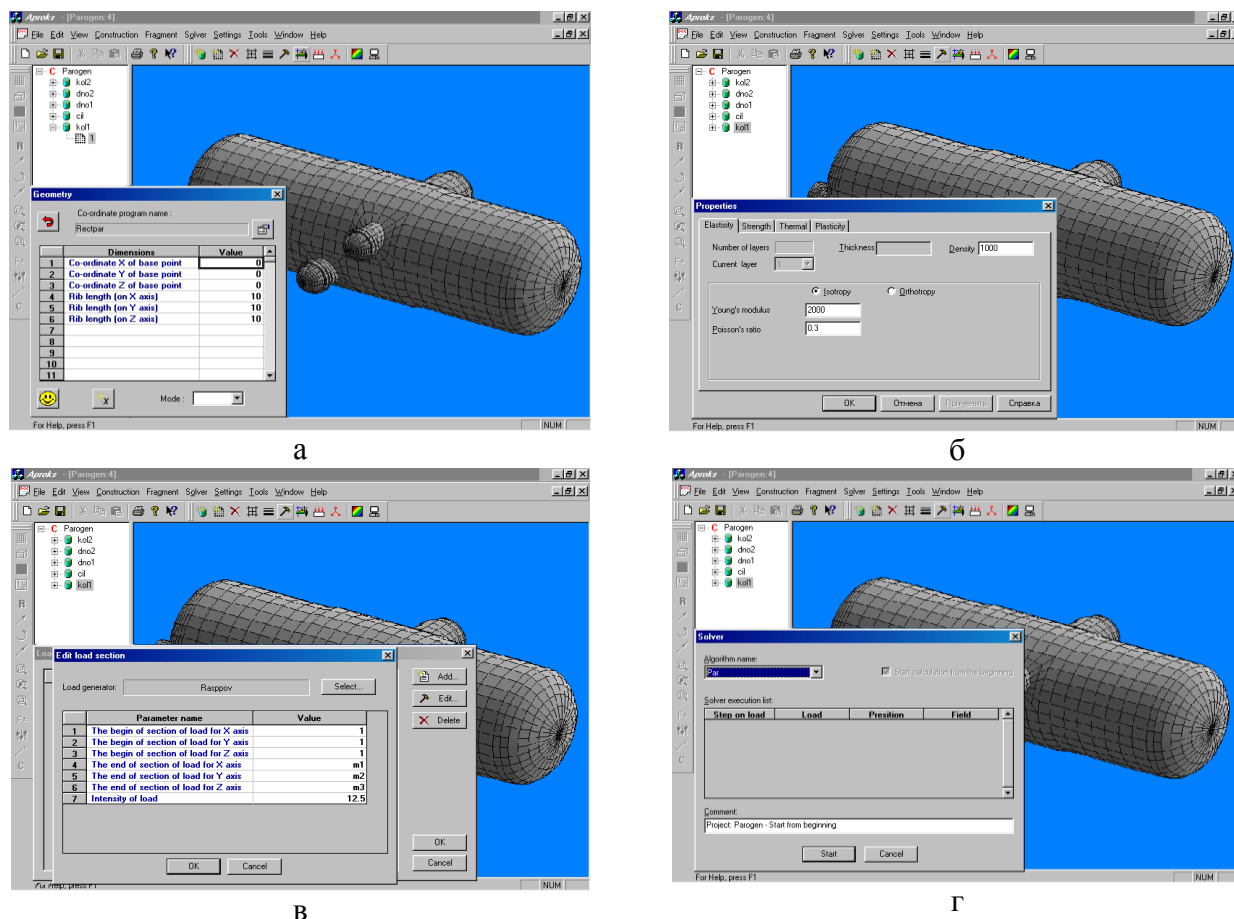


Рис. В.2. Основні етапи задавання початкової інформації: а – задавання геометричних параметрів; б – задавання фізико-механічних параметрів; в – задавання параметрів навантаження; г – вибір алгоритму розрахунку.

Так, на базі програмного комплексу АПРОКС розроблена автоматизована система безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу об'єктів хімічної промисловості (рис. В.1).

Система дозволяє в зручному для інженера вигляді виконувати процес задавання початкової інформації аж до генерування СЕ моделі, залишаючись в звичному середовищі інженерних термінів і понять.

Оболонка має розвинену віконно-графічну систему, що дозволяє швидко задавати початкову інформацію про весь комплекс досліджуваних об'єктів конкретно узятого виробництва, зберігати для подальшого розрахунку інформацію про увесь життєвий цикл елементів обладнання, включаючи аварії і позаштатні ситуації, з метою видачі в найкоротші терміни експертного висновку про несучу здатність елементів хімічного обладнання.

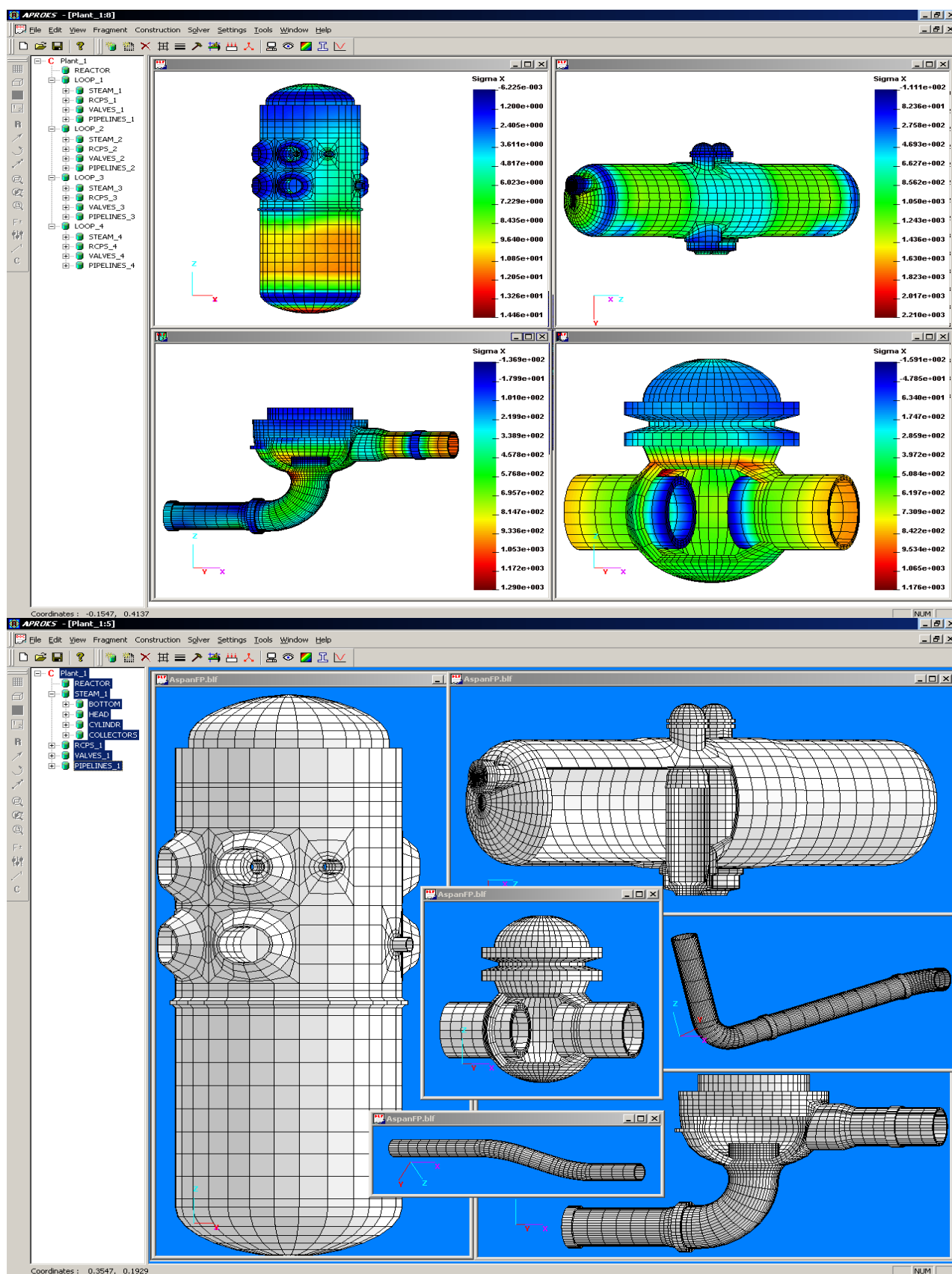


Рис. В.3. Загальний вигляд автоматизованої системи безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу об'єктів хімічної промисловості.

Додаток Г

Акт впровадження результатів досліджень на ВАТ «Сумський завод «насосенергомаш»



АКТ

внедрения результатов диссертационной работы Чемериса А.О., выполненной в рамках договора о научно-техническом сотрудничестве между инженерно-химическим факультетом Национального технического университета Украины «Киевским политехническим институтом» и ОАО «Сумский завод «Насосенергомаш».

Составлен комиссией в составе:

председатель -	Главный инженер ОАО «Сумский завод «Насосенергомаш» Шастун В.Ф.
члены комиссии:	начальник бюро ОГК ОАО «Сумский завод «Насосенергомаш» Семиз В.С.

и представители инженерно-химического факультета Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт" д.т.н., доцент кафедры ХПСМ Гондлях А.В. и ведущий инженер кафедры ХПСМ Чемерис А.О., составили настоящий акт о том, что в период с 07.2003 по 09.2003 осуществлено опытно-промышленное внедрение на ОАО «Сумский завод «Насосенергомаш» (г. Сумы) разработанной объектно-ориентированной системы автоматизированного проектирования объектов химического машиностроения применительно к определению основных геометрических параметров муфты пластинчатой с целью обеспечения ее прочности и надежности в условиях рабочих режимов эксплуатации.

Разработанная объектно-ориентированная система позволила на базе метода конечных элементов выполнить серию численных экспериментов по определению несущей способности муфты при таких эксплуатационных параметрах как:

- центробежная нагрузка;
- крутящий момент;
- осевое смещение валов;
- радиальное смещение валов;

В результате выполненных численных экспериментов определены оптимальные геометрические параметры муфты пластинчатой. В частности, установлено, что:

- нормальная работа муфты обеспечивается при всех видах нагружения
- при оптимальном наружном диаметре втулки равном 360 мм коэффициенты запаса прочности не опускаются ниже значения 2.08.
- осевые смещения упругих элементов при проектном радиальном смещении валов 0,35 мм находятся в диапазоне $(-1,593 \cdot 10^{-1} \div 1,593 \cdot 10^{-1})$ мм, что не превышает заданных ± 2 мм.
- осевые смещения упругих элементов при проектном угловом смещении валов 0,5 градуса находятся в диапазоне $(-1,568 \div 1,568)$ мм, что не превышает заданных ± 2 мм.

Ожидаемый экономический эффект от внедрения разработанной объектно-ориентированной системы составит 60 (шестьдесят) тыс. грн.

Члены комиссии:

	В.С. Семиз
	А.В. Гондлях
	А.О. Чемерис

Додаток Д

Апробація використаного СЕ при вирішенні контрольно-тестових задач механіки деформованого твердого тіла і механіки руйнування

Апробація тривимірного скінченного елемента, побудованого на базі співвідношень МССЕ, проводилася шляхом порівняння чисельних рішень з рішеннями, отриманими за допомогою системи ABAQUS для різних типів елементів з її бібліотеки. Слід зазначити, що ABAQUS, являючись на сьогодні однією з щонайпотужніших комерційних систем автоматизованого проектування і розрахунку в світі, має велику бібліотеку скінчених елементів різного виду і функцій апроксимації. Так, досліджувався розподіл дотичних напружень і величини прогину торця консольно-затисненої балки завдовжки 150 мм прямокутного поперечного перерізу 2,5х5 мм від дії зосередженої сили на торці 5Н. В розрахунку прийнятий матеріал балки алюміній, модуль Юнга $E=7 \times 10^4 \text{ МПа}$, $\nu=0$.

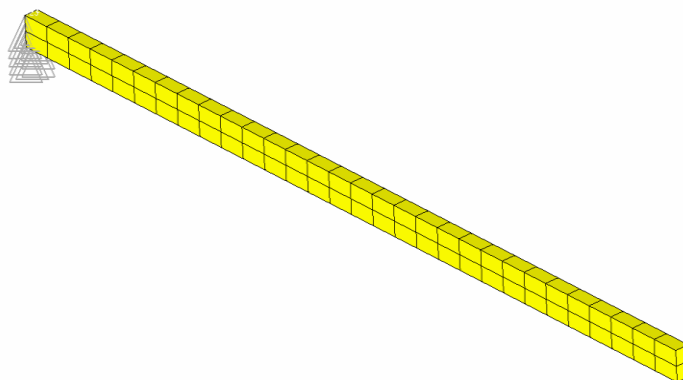


Рис. Д.1. Скінчено-елементна модель консольно-затисненої балки.

Порівняння рішення по МССЕ і аналітичного рішення проводилося з рішеннями, отриманими за допомогою чотирьох різних видів СЕ ABAQUS з різною кількістю елементів по товщині балки (табл. Д.1):

- C3D8 – 8-ми вузловий лінійний прямокутний СЕ;
- C3D8R – спеціальний 8-ми вузловий лінійний прямокутний СЕ з контролем переміщень у вигляді «пісочного годинника»;
- C3D20 – 20-и вузловий квадратичний СЕ;
- C3D20R – спеціальний 20-и вузловий квадратичний СЕ.

Таблиця Д.1.

Порівняння аналітичного рішення і чисельного рішення по МССЕ

Тип елемента ABAQUS	Кіль-ть елем-ів по товщині	Прогин на торці, (мм)			Дотичні напруження (МПа)		
		ABAQUS, $\Delta(\%)$	МССЕ, $\Delta(\%)$	Аналіт. рішення	ABAQUS, $\Delta(\%)$	МССЕ, $\Delta(\%)$	Аналіт. рішення
C3D8	1	2,996 2,9%	3,087 0,04%	3,0857	33,211 5435%	0,4 33,3%	0,6
	2	2,189 29,1%	3,087 0,04%		25,488 4148%	0,5539 4,61%	
	4	2,088 32,3%	3,087 0,04%		24,357 2375%	0,5997 0,03%	
C3D8R	1	218,136 6969,3%	3,087 0,04%	3,0857	0,400 33,3%	0,4 33,3%	0,6
	2	4,096 32,7%	3,087 0,04%		0,400 33,3%	0,5539 4,61%	
	4	3,289 6,6%	3,087 0,04%		0,541 9,8%	0,5997 0,03%	
C3D20	1	3,087 0,04%	3,087 0,04%	3,0857	0,582 3%	0,4 33,3%	0,6
	2	3,088 0,07%	3,087 0,04%		0,598 0,2%	0,5539 4,61%	
	4	3,088 0,07%	3,087 0,04%		0,612 2%	0,5997 0,03%	
C3D20R	1	3,087 0,04%	3,087 0,04%	3,0857	0,400 33,3%	0,4 33,3%	0,6
	2	3,088 0,07%	3,087 0,04%		0,420 30%	0,5539 4,61%	
	4	3,088 0,07%	3,087 0,04%		0,495 17,5%	0,5997 0,03%	

Як свідчить аналіз результатів чисельних експериментів, тривимірний 8-ми вузловий скінчений елемент, побудований на базі співвідношень МССЕ, вже при одному елементі по товщині балки дозволяє отримати величину прогину з точністю до 0,04%, а при двох елементах по товщині - величину дотичних напружень з точністю до 4,61%. Подальше згущування сітки СЕ дозволяє отримати величину дотичних напружень з точністю до 0,03%. В той же час, жоден з розглянутих 8-ми вузових елементів ABAQUS не дозволив вийти на стає рішення навіть при згущуванні сітки СЕ по товщині балки. Найбільш

близькими до аналітичних виявилися рішення, отримані за допомогою 20-ти вузлових квадратичних скінчених елементів.

Апробація використовуваних скінчених елементів для вирішення задач механіки руйнування проводилася шляхом вирішення ряду контрольно-тестових задач, для яких в літературі широко представлені аналітичні рішення. Так, перевірка достовірності обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині тріщини проводилася шляхом порівняння аналітичного рішення для напівнескінченної пластини з тріщиною, що знаходиться в умовах одновісного розтягування [252]. Чисельні експерименти проводилися для серії постановок: з центральною двонаправленою тріщиною завдовжки $2a$; однонаправленою тріщиною завдовжки a ; і двома спрямованими одна назустріч одній тріщинами завдовжки a .

Досліджувалися значення K_I , отримані на підставі енергетичного J -інтегралу, по розкриттю берегів тріщини і по асимптотичному розподілу напружень перед вершиною тріщини наведені на рис. Д.2.

Результати чисельних досліджень по кожній з постановок і їх порівняння з аналітичними рішеннями приведені нижче в графічному і табличному вигляді (рис. Д.3-Д.5 і табл. Д.2-Д.4).

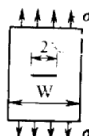
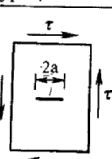
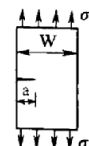
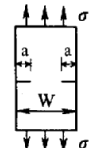
Таблица 3.1 Величина K для применяемых на практике конфигураций		
	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left(\sec \frac{\pi a}{W} \right)^{1/2}$ $K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \quad \left(\text{для малых } \frac{a}{W} \right)$	
	$K_I = 1,12\sigma \sqrt{\pi a} \left(\text{для малых } \frac{a}{W} \right)$ <p>или $K_I = Y\sigma \sqrt{\pi a}$,</p> <p>где $Y = 1,99 - 0,41 \frac{a}{W} + 18,7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 -$ $- 38,48 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 53,85 \left(\frac{a}{W} \right)^4$ $(1,99 = 1,12 \sqrt{\pi})$</p>	
	$K_I = 1,12\sigma \sqrt{\pi a} \left(\text{для малых } \frac{a}{W} \right)$ <p>или $K_I = Y\sigma \sqrt{\pi a}$,</p> <p>где $Y = 1,99 + 0,76 \frac{a}{W} - 8,48 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 27,36 \left(\frac{a}{W} \right)^3$ $(1,99 = 1,12 \sqrt{\pi})$</p>	

Рис. Д.2. Аналітичні співвідношення для визначення K_I в вершині тріщини в напівнескінченній пластині з урахуванням крайових ефектів [252].

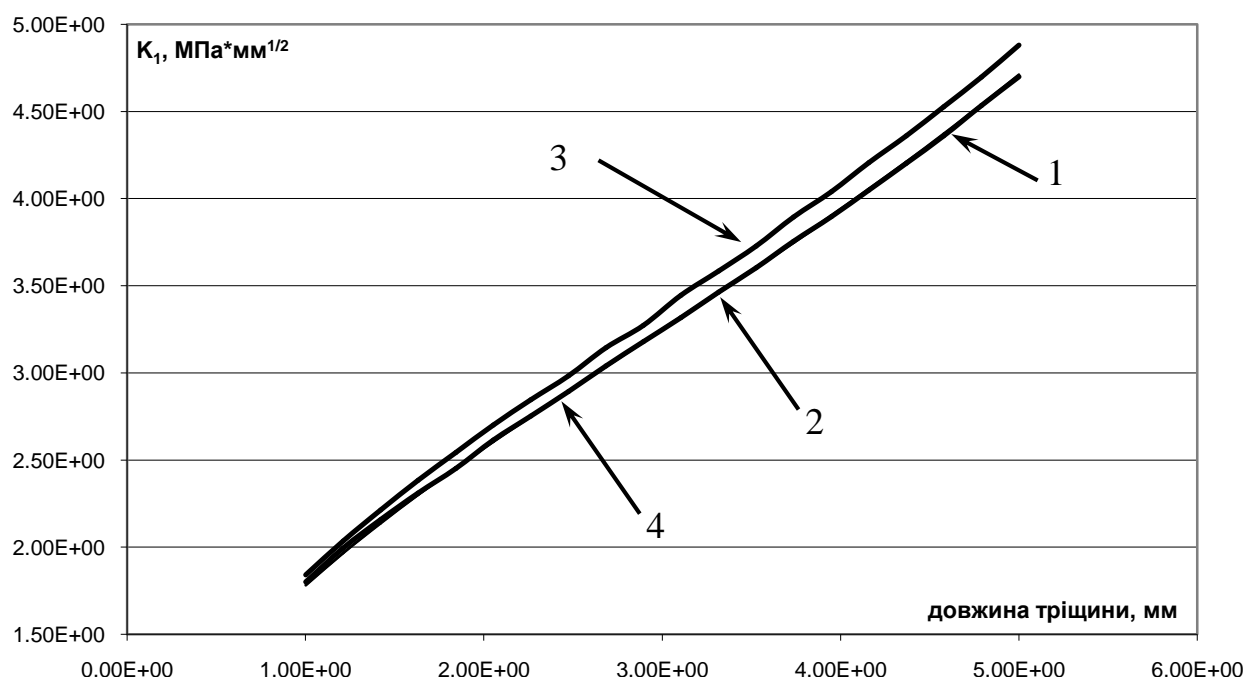


Рис. Д.3. Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ для плити з центральною двонаправленою тріщиною завдовжки 2а для різних способів визначення K_I : 1 – аналітичне рішення [252]; 2 – $K_I = K_I(J)$; 3 – $K_I = K_I(\delta)$; 4 – $K_I = K_I(\sigma)$.

Таблиця Д.2.

Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ і аналітичного по [252] для плити з центральною двонаправленою тріщиною завдовжки 2а для різних способів визначення K_I .

Довжина тріщини	Аналіт. рішення	Енергетичний J-інтеграл		Асимптотичний розподіл напружень		Розкриття берегів тріщини	
а, мм	$K_{I(\text{аналіт.})}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	$K_{I(J)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %	$K_{I(\sigma)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %	$K_{I(\delta)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %
1,00	1,7835	1,7812	0,13	1,8006	0,96	1,8412	3,24
1,21	1,9679	1,9654	0,13	1,9949	1,37	2,0349	3,40
1,42	2,1396	2,1368	0,13	2,1579	0,85	2,2127	3,41
1,63	2,3019	2,2988	0,13	2,3112	0,40	2,3830	3,52
1,84	2,4573	2,4538	0,14	2,4508	0,26	2,5435	3,51
2,05	2,6075	2,6035	0,15	2,6141	0,26	2,7010	3,59
2,26	2,7539	2,7495	0,16	2,7533	0,02	2,8456	3,33
2,47	2,8978	2,8928	0,17	2,8941	0,13	2,9837	2,97

Таблиця Д.2 (продовження)

2,68	3,0401	3,0345	0,18	3,0406	0,02	3,1458	3,48
2,89	3,1816	3,1753	0,20	3,1802	0,04	3,2732	2,88
3,11	3,3232	3,3163	0,21	3,3170	0,19	3,4459	3,69
3,32	3,4654	3,4579	0,22	3,4635	0,06	3,5841	3,42
3,53	3,6092	3,6009	0,23	3,6031	0,17	3,7274	3,28
3,74	3,7550	3,7461	0,24	3,7564	0,04	3,8950	3,73
3,95	3,9035	3,8940	0,24	3,8960	0,19	4,0402	3,50
4,16	4,0555	4,0455	0,25	4,0493	0,15	4,2059	3,71
4,37	4,2117	4,2013	0,25	4,2026	0,22	4,3613	3,55
4,58	4,3728	4,3621	0,24	4,3607	0,28	4,5280	3,55
4,79	4,5397	4,5289	0,24	4,5356	0,09	4,6974	3,47
5,00	4,7132	4,7026	0,23	4,7003	0,27	4,8813	3,57

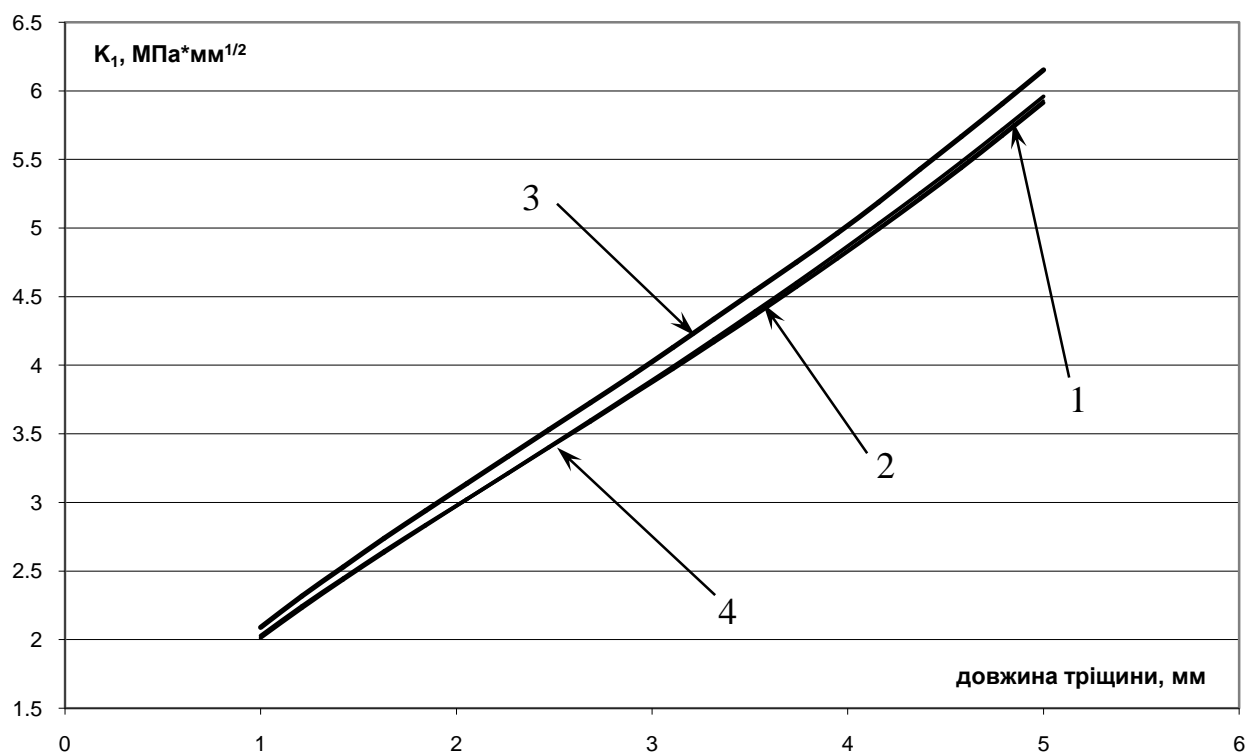


Рис. Д.4. Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ для плити з однонаправленою тріщиною завдовжки а для різних способів визначення K_I : 1 – аналітичне рішення [252]; 2 – $K_I=K_I(J)$; 3 – $K_I=K_I(\delta)$; 4 – $K_I=K_I(\sigma)$.

Таблиця Д.3.

Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ і аналітичного по [252] для плити з однонаправленою тріщиною завдовжки.

Довжина тріщини	Аналіт. рішення	Енергетичний J-інтеграл		Асимптотичний розподіл напружень		Розкриття берегів тріщини	
а, мм	$K_{I(\text{аналіт.})}, \text{МПа} \sqrt{\text{мм}}$	$K_{I(J)}, \text{МПа} \sqrt{\text{мм}}$	$\Delta, \%$	$K_{I(\sigma)}, \text{МПа} \sqrt{\text{мм}}$	$\Delta, \%$	$K_{I(\delta)}, \text{МПа} \sqrt{\text{мм}}$	$\Delta, \%$
1,00	2,0118	2,0143	0,13	2,0281	0,81	2,0886	3,82
1,21	2,2290	2,2322	0,14	2,2439	0,67	2,3157	3,89
1,42	2,4352	2,4384	0,13	2,4476	0,51	2,5296	3,88
1,63	2,6345	2,6370	0,09	2,6441	0,36	2,7374	3,91
1,84	2,8294	2,8305	0,04	2,8356	0,22	2,9393	3,89
2,05	3,0220	3,0211	0,03	3,0230	0,03	3,1375	3,82
2,26	3,2135	3,2102	0,10	3,2122	0,04	3,3336	3,74
2,47	3,4053	3,3991	0,18	3,3996	0,17	3,5302	3,67
2,68	3,5982	3,5888	0,26	3,5871	0,31	3,7262	3,56
2,89	3,7930	3,7802	0,34	3,7786	0,38	3,9242	3,46
3,11	3,9903	3,9741	0,41	3,9701	0,51	4,1285	3,47
3,32	4,1906	4,1709	0,47	4,1655	0,60	4,335	3,45
3,53	4,3945	4,3716	0,52	4,3643	0,69	4,5448	3,42
3,74	4,6024	4,5767	0,56	4,5688	0,73	4,7506	3,22
3,95	4,8148	4,7868	0,58	4,7766	0,79	4,9625	3,07
4,16	5,0321	5,0022	0,59	4,9910	0,82	5,1889	3,12
4,37	5,2548	5,2237	0,59	5,2108	0,84	5,4280	3,30
4,58	5,4833	5,4518	0,58	5,4365	0,85	5,6655	3,32
4,79	5,7182	5,6868	0,55	5,6717	0,81	5,9064	3,29
5,00	5,9599	5,9292	0,51	5,9127	0,79	6,1533	3,25

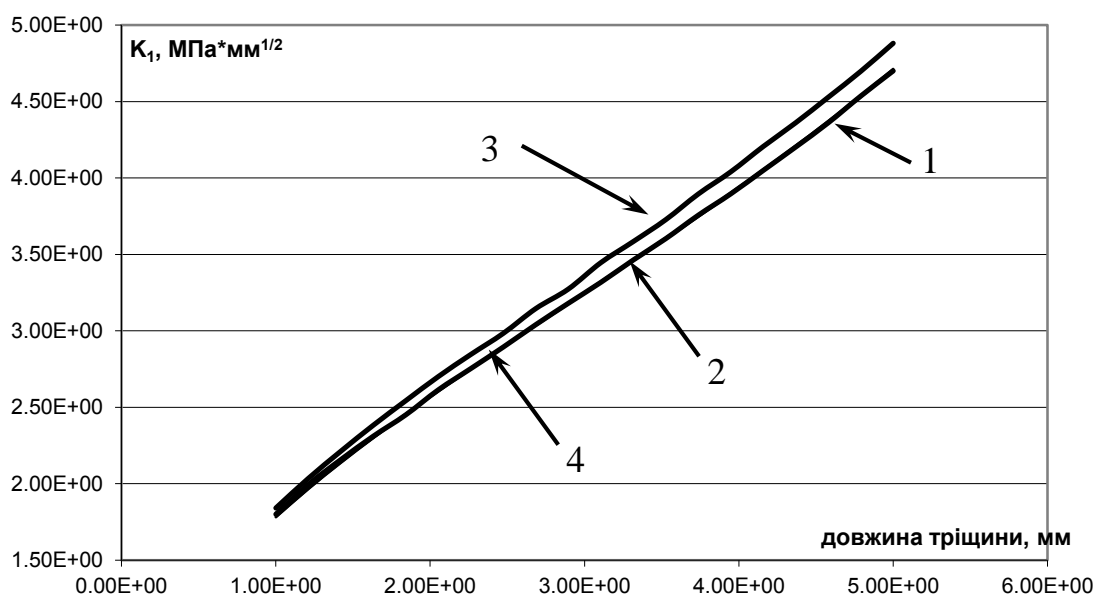


Рис. Д.5. Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ для плити з двома спрямованими одна назустріч одній тріщинами завдовжки а K_I : 1 – аналітичне рішення [252]; 2 – $K_I = K_I(J)$; 3 – $K_I = K_I(\delta)$; 4 – $K_I = K_I(\sigma)$.

Таблиця Д.4.

Порівняння результатів чисельних розрахунків по МССЕ і аналітичного по [252] для плити з двома спрямованими одна назустріч одній тріщинами завдовжки а для різних способів визначення K_I .

Довжина тріщини	Аналіт. рішення	Енергетичний J-інтеграл		Асимптотичний розподіл напружень		Розкриття берегів тріщини	
а, мм	$K_{I(\text{аналіт.})}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	$K_{I(J)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %	$K_{I(\sigma)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %	$K_{I(\delta)}$, МПа $\sqrt{\text{мм}}$	Δ , %
1,00	2,0102	1,9774	1,63	1,9925	0,88	2,0432	1,64
1,21	2,2126	2,1731	1,78	2,1832	1,33	2,2528	1,82
1,42	2,3973	2,3520	1,89	2,3594	1,58	2,4409	1,82
1,63	2,5680	2,5179	1,95	2,5256	1,65	2,6141	1,80
1,84	2,7273	2,6735	1,97	2,6774	1,83	2,7770	1,82
2,05	2,8772	2,8210	1,95	2,8252	1,81	2,9298	1,83
2,26	3,0194	2,9619	1,90	2,9631	1,86	3,0767	1,90
2,47	3,1551	3,0976	1,82	3,0983	1,80	3,2167	1,95
2,68	3,2856	3,2293	1,71	3,2298	1,70	3,3571	2,17
2,89	3,4118	3,3577	1,59	3,3574	1,59	3,4875	2,22
3,11	3,5349	3,4840	1,44	3,4549	2,26	3,6182	2,36
3,32	3,6557	3,6086	1,29	3,6064	1,35	3,7487	2,54
3,53	3,7751	3,7325	1,13	3,7300	1,19	3,8770	2,70

Таблиця Д.4 (продовження)

3,74	3,8941	3,8562	0,97	3,8525	1,07	4,0058	2,87
3,95	4,0134	3,9805	0,82	3,9781	0,88	4,1352	3,04
4,16	4,1339	4,1060	0,68	4,1016	0,78	4,2675	3,23
4,37	4,2565	4,2332	0,55	4,2281	0,67	4,3993	3,36
4,58	4,3821	4,3630	0,44	4,3580	0,55	4,5343	3,47
4,79	4,5114	4,4960	0,34	4,4926	0,42	4,6732	3,59
5,00	4,6454	4,6328	0,27	4,6274	0,39	4,8146	3,64

Як свідчить аналіз результатів чисельних експериментів із застосуванням скінчено-елементної моделі, побудованої на базі співвідношень МССЕ, значення коефіцієнта інтенсивності напружень в вершині тріщини, отримані на базі енергетичного J-інтеграла, з точністю до 2% відповідають загальновизнаним аналітичним рішенням для цього діапазону довжин тріщин в кожній з постановок. Аналогічний порядок узгодження отриманий і для інших способів обчислення K_I (по асимптотичному розкладанню напружень перед вершиною тріщини і по розкриттю берегів тріщин). При цьому варто відмітити, що найбільш точним з трьох приведених способів визначення K_I в вершині тріщини є застосування концепції енергетичного J-інтеграла.

Для дослідження збіжності чисельного рішення при згущуванні скінчено-елементної сітки в вершині тріщини, проведена серія чисельних експериментів для напівнескінченої плити з центральною тріщиною, що знаходиться в умовах одновісного розтягування [252]. Досліджувалися значення K_I , отримані на підставі енергетичного J-інтеграла при незмінній довжині тріщини і варійованою кількістю сіток СЕ в вершині тріщини.

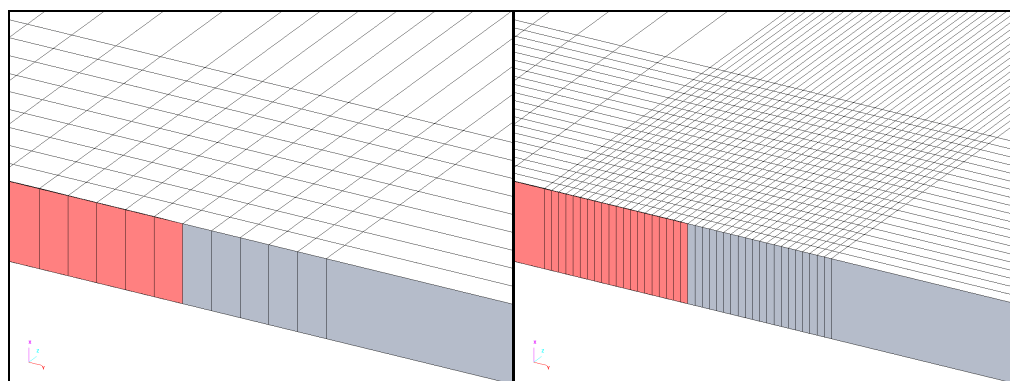


Рис. Д.6. Послідовне згущування скінчено-елементної сітки в вершині тріщини при дослідженні збіжності чисельних рішень.

Результати чисельних досліджень при згущуванні скінчено-елементної сітки в вершині тріщини і їх порівняння з аналітичними рішеннями приведені нижче в графічному і табличному вигляді.

Таблиця Д.5.

Збіжність значень K_I при послідовному згущуванні скінчено-елементної сітки в вершині тріщини.

Кількість СЕ в вершині тріщини	$K_{I(J)}$, МПа $\sqrt{мм}$	$K_{I(аналіт.)}$, МПа $\sqrt{мм}$	Δ , %
4	1,7742	1,7835	0,52
5	1,7726		0,61
6	1,7719		0,65
7	1,7716		0,67
8	1,7718		0,65
9	1,7721		0,64
10	1,7727		0,60
15	1,7765		0,39
20	1,7794		0,23
40	1,7797		0,23

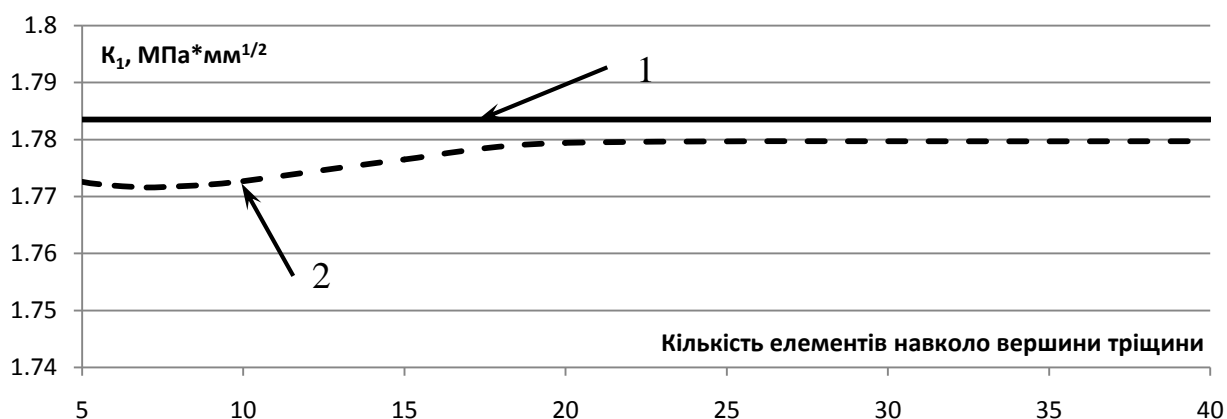


Рис. Д.7. Збіжність значень K_I при послідовному згущуванні скінчено-елементної сітки в вершині тріщини: 1 – аналітичне рішення; 2 – значення K_I , отримане на основі J-інтеграла.

Для підтвердження незалежності значень енергетичного J-інтеграла від контура інтегрування, проведена серія чисельних експериментів з незмінною довжиною тріщини і кількістю елементів навколо вершини тріщини, при цьому варійованим параметром є контур обчислень (рис. Д.8).

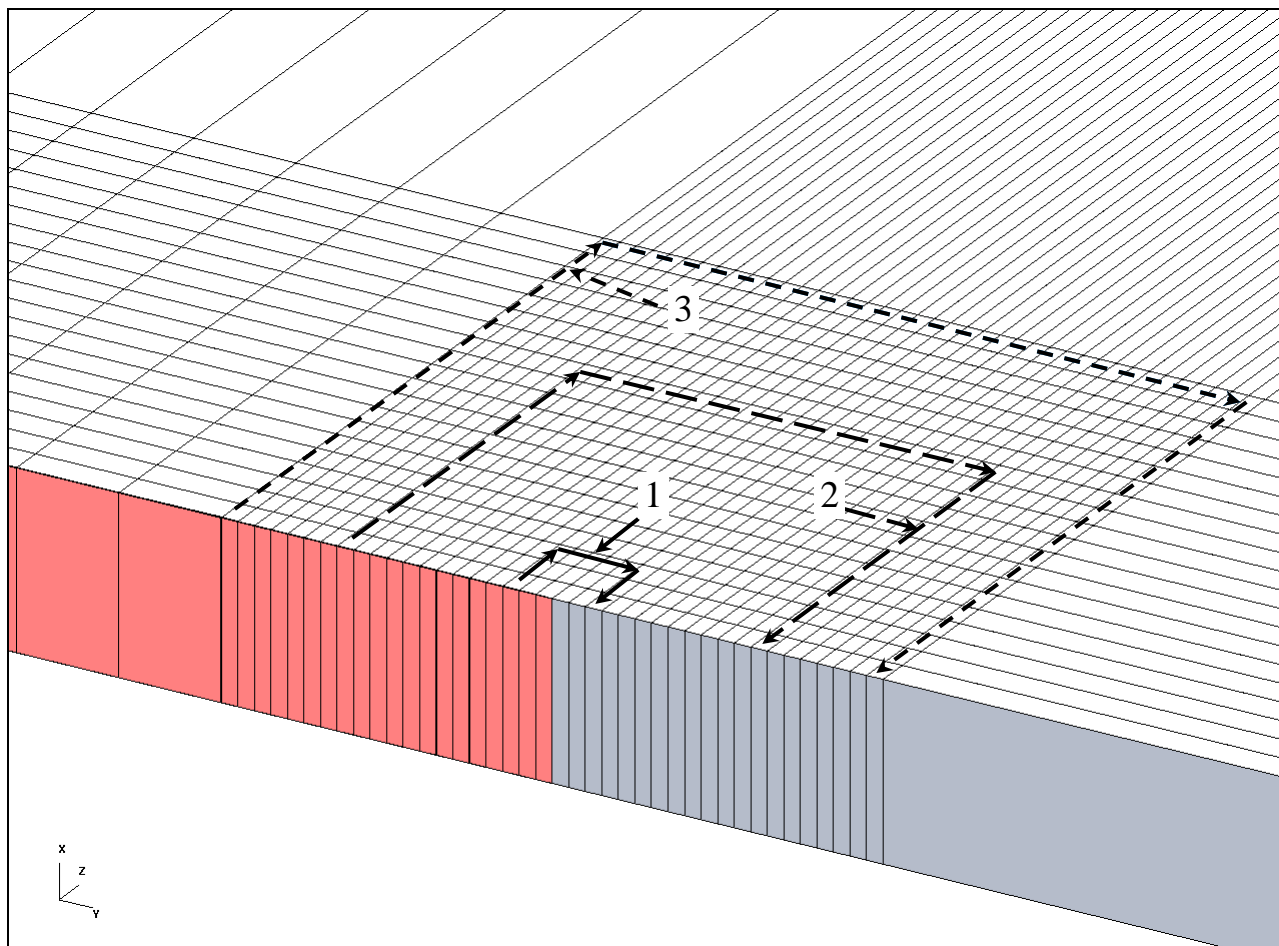


Рис. Д.8. Зміна контура обчислень при дослідженні збіжності значень K_I , отриманих на підставі J-інтеграла: 1 – контур інтегрування, який включає 3 СЕ; 2 – контур інтегрування, який включає 13 СЕ; 3 – контур інтегрування, який включає 20 СЕ.

Результати серії чисельних експериментів по дослідженню збіжності значень K_I , отриманих на підставі енергетичного J-інтеграла при незмінній довжині тріщини, кількості сіток СЕ в вершині тріщини і варійованому контури обчислень приведені нижче в графічному і табличному вигляді.

Таблиця Д.6.

Збіжність значень K_I при варіюванні контура обчислень довкола вершини тріщини.

Контур інтегрування	$K_{I(J)}$, МПа $\sqrt{мм}$	$K_{I(аналіт.)}$, МПа $\sqrt{мм}$	Δ , %
1x1x1	1,8325	1,7835	2,75
2x2x2	1,7537		1,67
3x3x3	1,7727		0,61
4x4x4	1,7777		0,33
5x5x5	1,7795		0,22
6x6x6	1,7802		0,19
7x7x7	1,7807		0,16
8x8x8	1,7809		0,15
9x9x9	1,7811		0,13
10x10x10	1,7811		0,13
11x11x11	1,7812		0,13
12x12x12	1,7812		0,13
13x13x13	1,7813		0,12
14x14x14	1,7813		0,12
15x15x15	1,7814		0,12
16x16x16	1,7814		0,12
17x17x17	1,7815		0,11
18x18x18	1,7815		0,11
19x19x19	1,7815		0,11
20x20x20	1,7815		0,11

Як свідчить аналіз результатів розрахунків, навіть при обчисленні J-інтеграла по найменшому можливому контуру (1x1x1 СЕ) довкола вершини тріщини, значення K_I , отримане на його основі, відрізняється від аналітичного менш ніж на 3%, при цьому обчислення J-інтеграла по контуру 3x3x3 СЕ дозволяє отримати рішення з розбіжністю менше 1% в порівнянні з аналітичним. Подальше збільшення контура інтегрування призводить до неістотного уточнення результатів, проявляючи при цьому стійкий характер

збіжності рішень.

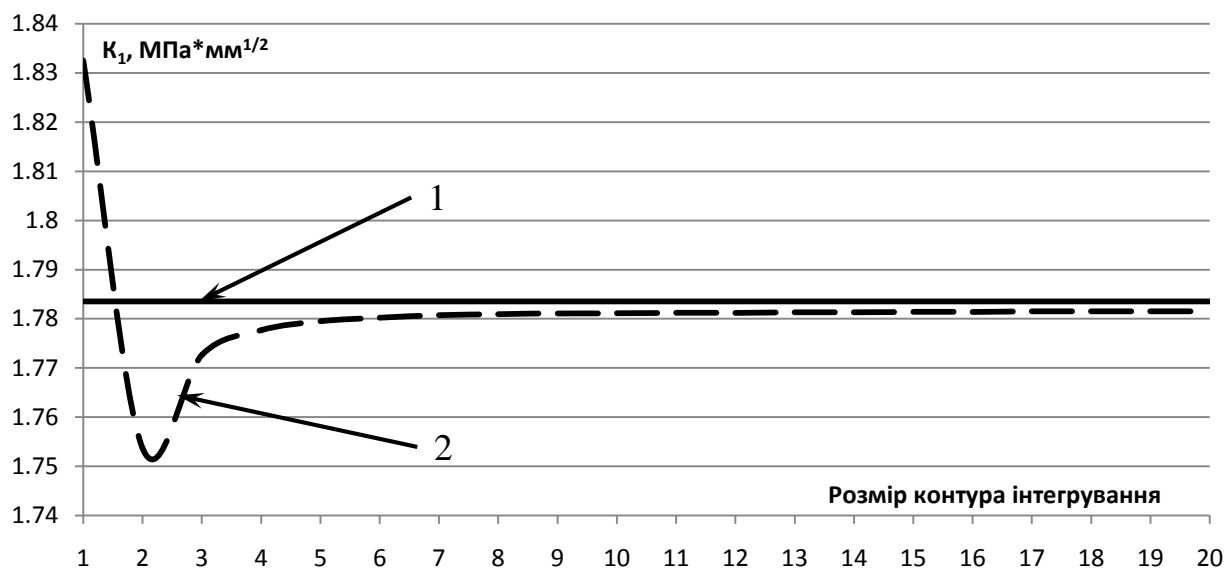


Рис. Д.9. Збіжність значень K_I при варіюванні контура обчислень довкола вершини тріщини: 1 – аналітичне рішення; 2 – значення K_I , отримане на основі J-інтеграла.

Таким чином, приведені вище результати великої кількості чисельних експериментів повністю підтверджують можливість використання скінчених елементів, побудованих на базі співвідношень моментної схеми скінчених елементів для вирішення задач механіки руйнування. Ступінь відповідності результатів чисельних розрахунків задач руйнування аналітичним рішенням незаперечно свідчить про перевагу МССЕ над іншими варіантами скінчених елементів і є підтвердженням коректності вибору схеми скінчених елементів для вирішення широкого спектру задач визначення напружено-деформованого стану і дослідження процесів руйнування апаратів хімічних виробництв.

Список опублікованих праць за темою дисертації

1. САПР. Система інформаційної підтримки життєвого циклу захисних оболонок та обладнання АЕС. / [О. В. Гондлях, В. І. Сівецький, А. О. Чемерис та ін.] // К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 190 с.
2. САПР. Чисельне моделювання нелінійного деформування та руйнування багатошарових елементів хімічного обладнання. Частина 1. Пружні муфти. / [О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін.] - К.: ВП «Едельвейс», 2011. – 172 с.
3. САПР. Програмний комплекс АПРОКС в розрахунках машин та апаратів хімічних виробництв. / [О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін.] – К.: ТОВ «Поліграф Консалтинг», 2006. – 136 с.
4. Гондлях А. В. Расчет полужесткой дисковой муфты методом конечных элементов с учетом контактного взаимодействия дисков и трения между ними / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис, В. С. Васильев // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. Наукових праць. –2005. - № 30. – С. 60-66. (Входить до наукометричних баз BASE, Google Scholar).
5. Копиленко О. В. Застосування програмного комплексу АПРОКС у розв’язанні задач на міцність і довговічність обладнання хімічної та харчової промисловості / О. В. Копиленко, О. В. Гондлях, А. О. Чемерис та ін. // Наукові праці Національного університету харчових технологій. – 2006. - № 18. - С.72-74. (Входить до наукометричних баз Scopus, BASE, РИНЦ, Google Scholar).
6. Гондлях О. В. Чисельний аналіз міцності каністр за умов статичного та динамічного навантаження / О. В. Гондлях, А. О. Чемерис, В. Ю. Онопрієнко // Східноєвропейський журнал передових технологій. - 2015: № 3/7 (75). - С. 23-29. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.44383 (Входить до наукометричної бази Scopus).
7. Гондлях О. В. Дослідження напружено-деформованого стану головного циркуляційного насосу в різних режимах експлуатації / О. В. Гондлях, М. І. Осипенко, А. О. Чемерис // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2006. - № 2/3 (20). - С. 35-39.

8. Гондлях А. В. Учет нарушения контакта между футеровкой и корпусом вращающихся печей промышленности стройматериалов / А. В. Гондлях, В. Ю. Щербина, А. О. Чемерис та ін. // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка: Науково-технічний збірник. – 2006. - № 22. - С. 25-29.

9. Гондлях О. В. Вплив процесів розшарування на коефіцієнт інтенсивності напружень в усті тріщини в багатошарових конструкціях хімічного машинобудування. / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис та ін. // Наукові вісті Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – 2005. - № 6. - С. 40-45.

10. Щербина В. Ю. Выбор оптимальной формы тары (нанесение сеточной области на конструктивные элементы тары) / В. Ю. Щербина, В. И. Сивецкий, А. О. Чемерис та ін. // Упаковка. – 2005. - № 5. - С. 32-34.

11. Осипенко М. І. Проектування каністр для нафтопродуктів / М. І. Осипенко, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис та ін. // Упаковка. – 2005. - № 6. - С. 34-37.

12. Копиленко О.В. Аналіз особливостей роботи центрифуг для харчової і хімічної промисловості. / О. В. Копиленко, О. В. Гондлях, А. О. Чемерис та ін. // Наукові праці Національного університету харчових технологій. – 2005. - № 16. - С. 166-168.

13. Патент на корисну модель № 22003 Україна, МПК (2006) F27B7/00. Обертова піч / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2006 11767; заявл. 08.11.2006; опубл. 10.04.2007, Бюл. № 4. – 4 с.

14. Патент на корисну модель № 27585 Україна, МПК (2006) F27B7/00. Обертова піч / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2007 06293; заявл. 07.06.2007; опубл. 12.11.2007, Бюл. № 18. – 4 с.

15. Патент на корисну модель № 31197 Україна, МПК (2006) F27B7/20. Вузол з'єднання вінцевої шестірні з корпусом барабана печі / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. –№ у 2007 14418; заявл. 20.12.2007; опубл. 25.03.2008, Бюл. № 6. – 4 с.

16. Патент на корисну модель № 38123 Україна, МПК (2006) F27B7/20. Вузол з'єднання вінцевої шестірні з корпусом барабана печі / Щербина В. Ю., Сівецький В. І., Чемерис А. О. та ін. – № u 2008 08733; заявл. 02.07.2008; опубл. 25.12.2008, Бюл. № 24. – 4 с.

17. Гондлях О. В. Чисельне моделювання процесів руйнування захисної оболонки контура АЕС в результаті падіння на неї літака. / О. В. Гондлях, О. С. Сахаров, А. О. Чемерис та ін. // Вісті академії інженерних наук України. – 2005. - № 1. - С. 17-23.

18. Gondliakh A. Mathematical modeling of crack propagation in body of steam generator. / A. Gondliakh, A. Chemeris, V. Onoprienko // Proceedings: International scientific conference Unitech'15, Gabrovo. - 2015. – Vol. II. - P. 204-213.

19. Гондлях О. В. Розробка програмного комплексу формоутворення і міцнісних характеристик об'ємної тари / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис // Науково-практична конференція «Новітні технології пакування» (з проблем технологій та обладнання), 1 березня 2006 р. – Київ: ІАЦ «Упаковка», 2006. - С. 19-24.

20. Гондлях А. В. Применение контактно-фрикционного конечного элемента для расчета полужестких дисковых муфт / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XXI Международная конференция, 4-7 октября 2005 г.: труды. - СПб.: ВВМ, 2006. - С. 184-190.

21. Гондлях О. В. Дослідження компонент напружено-деформованого стану промислового парогенератора в аварійному режимі експлуатації / О. В. Гондлях, Р. М. Пашинський, А. О. Чемерис // «Эффективность реализации научного, ресурсного и промышленного потенциала в современных условиях»: Шестая ежегодная промышленной конференции с международным участием и блиц-выставка, 20-24 февраля 2006 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2006. - С. 71-73.

22. Копиленко О. В. Визначення оптимальних розмірів центрифуг для харчової та хімічної промисловості / О. В. Копиленко, Л. В. Зоткіна, А. О. Чемерис та ін. // «Нові технології та технічні рішення в харчовій та переробній промисловості: сьогодення і перспектива»: IX Міжнародна науково-технічна конференція, 17-19 жовтня 2005 р.: Матеріали конференції. - К.: НУХТ, 2005.- Ч. II. – С. 20.

23. Гондлях О. В. Чисельна діагностика працездатності муфт з пакетами пружних дисків / О. В. Гондлях, А. О. Чемерис, С. Ф. Терещенко // «Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики»: Тринадцатая ежегодная международная конференция, 3-7 октября 2005 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2005. - С. 58-60.

24. Гондлях А. В. Методика уточненного расчета полужестких дисковых муфт методом конечных элементов / А. В. Гондлях, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XXI Международная конференция, 4-7 октября 2005 г.: тезисы. - СПб.: ВВМ, 2005. - С. 72-74.

25. Гондлях А. В. Параметрический расчет пластинчатой муфты при заданных условиях эксплуатации на базе многоцелевого вычислительного комплекса "АПРОКС" / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Композиционные материалы в промышленности»: Двадцать пятая юбилейная международная конференция, 30 мая - 3 июня 2005 г.: материалы. – Киев: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2005. - С. 32-34.

26. Sklyut H. Alcoa Computer Based Design Tools to Conduct Trade Studies / H. Sklyut, M. Kulak, A. Chemeris // «Aeromat 2004»: 15th Advanced Aerospace Materials & Processes Conference and Exposition, 7-10 June 2004: abstracts. – Seattle, 2004. - P. 37.

27. Гондлях А. В. Численное моделирование распространения пространственных трещин в трехмерных телах / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред.

Методы граничных и конечных элементов»: XX Международная конференция, 24-26 сентября 2003 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 2003. - С. 57-59.

28. Sklyut H. Alcoa Computer Based Design Tools to Conduct Trade Studies / Н. Sklyut, M. Kulak, A. Chemeris // «Aeromat 2002»: 13th Advanced Aerospace Materials & Processes Conference and Exposition, 10-13 June 2002: abstracts. – Orlando, 2002. - P. 48-49.

29. Гондлях А. В. Влияние остаточных напряжений на эволюцию распространения трещин в пространственных конструкциях / А. В. Гондлях, Н. И. Осипенко, А. О. Чемерис // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XIX Международная конференция, 30 мая – 2 июня 2001 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СПбГАСУ, 2001. - С. 52-53.

30. Гуляев В. Н. Влияние остаточных напряжений на эволюцию распространения трещин в пространственных конструкциях / В. Н. Гуляев, А. В. Гондлях, А. О. Чемерис и др. // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: XVIII Международная конференция, 16-20 мая 2000 г.: тезисы. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 2000. - С. 37-38.